

Κεφάλαιο 6

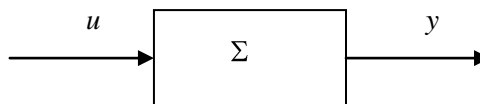
Σχεδιασμός συστημάτων αυτομάτου ελέγχου: κλασικές μέθοδοι

6.1 Γενικά

Ο σχεδιασμός συστημάτων κλειστού βρόχου στο πεδίο του χρόνου βασίζεται στα δεδομένα της χρονικής συμπεριφοράς τους και στις προδιαγραφές που αυτά πρέπει να ικανοποιούν. Ωστόσο, έγινε φανερό στα προηγούμενα κεφάλαια ότι υπάρχει άμεσος συσχετισμός μεταξύ των ιδιοτήτων των συστημάτων στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας. Για τον λόγο αυτό ο έλεγχος στο πεδίο του χρόνου χρησιμοποιεί και τα συμπεράσματα της ανάλυσης στο πεδίο της συχνότητας.

Όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 4, η χρονική συμπεριφορά ενός γραμμικού συστήματος καθορίζεται από τα χαρακτηριστικά της μεταβατικής και της μόνιμης απόκρισής του, υπό την επίδραση μιας κατάλληλης συνάρτησης εισόδου αναφοράς. Η επιλογή της εισόδου εξαρτάται από το σκοπό για τον οποίο γίνεται ο έλεγχος και μπορεί να είναι μία βηματική συνάρτηση, μία συνάρτηση αναρρίχησης, ή οποιαδήποτε άλλη συνάρτηση του χρόνου. Ειδικότερα, για μια βηματική είσοδο, οι επιδόσεις του συστήματος κρίνονται από τη μέγιστη υπερύψωση καθώς και από τους χρόνους ανύψωσης και αποκατάστασης. Τα μεγέθη αυτά δίνουν ένα ποσοτικό κριτήριο. Από την άλλη μεριά, ο συντελεστής απόσβεσης και η κυκλική συχνότητα δείχνουν τη σχετική ευστάθεια και χαρακτηρίζουν το σύστημα ποιοτικά. Όπως είναι γνωστό, οι παραπάνω διαπιστώσεις ισχύουν για τα συστήματα δεύτερης τάξης. Για συστήματα μεγαλύτερης τάξης, έχουν νόημα, αν το αντίστοιχο ζεύγος ιδιοτιμών του κλειστού συστήματος παίζει τον καθοριστικό ρόλο στη χρονική συμπεριφορά: οι ιδιοτιμές αυτές ονομάζονται **κυρίαρχες** ή **δεσπόζουσες** ιδιοτιμές.

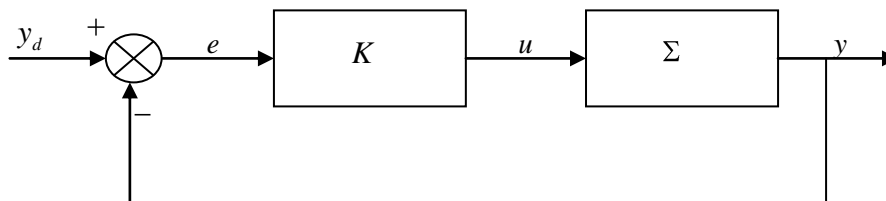
Έστω ότι το υπό έλεγχο σύστημα παρίσταται από το διάγραμμα βαθμίδων του παρακάτω σχήματος,



Σχήμα 6.1. Σύστημα ανοικτού βρόχου

Ο έλεγχος συνίσταται στον καθορισμό του κατάλληλου σήματος ελέγχου $u(t)$, έτσι ώστε οι μεταβλητές εξόδου $y(t)$ να έχουν επιθυμητές τιμές σ' ένα προκαθορισμένο χρονικό διάστημα. Με άλλα λόγια, οι μεταβλητές εξόδου πρέπει να ικανοποιούν συγκεκριμένες **προδιαγραφές σχεδιασμού**.

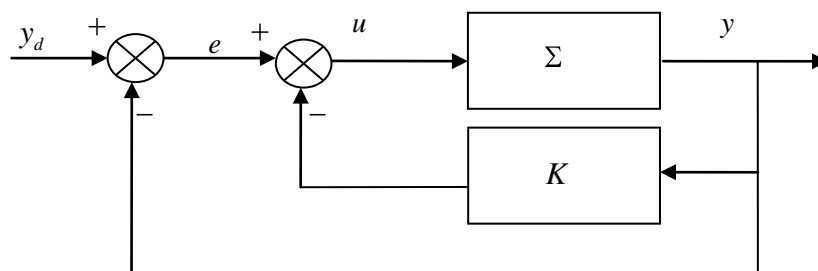
Στις συνήθεις μεθόδους σχεδιασμού, η μονάδα ελέγχου συνδέεται στο αρχικό σύστημα με ένα προκαθορισμένο τρόπο. Αυτό είναι γνωστό ως **έλεγχος προκαθορισμένης δομής**. Οι κυριότερες δομές σύνδεσης παριστάνονται στα σχήματα που ακολουθούν. Ο σχεδιασμός τότε συνίσταται στην επιλογή της κατάλληλης **δομής ελέγχου**, καθώς και στην επιλογή των στοιχείων της μονάδας ελέγχου. Αυτό γίνεται με τον προσδιορισμό των **παραμέτρων του ελεγκτή**. Ο έλεγχος με προκαθορισμένη δομή ελεγκτή, που αποσκοπεί στη βελτίωση των επιδόσεων του κλειστού συστήματος, ονομάζεται συνήθως **αντιστάθμιση**. Η πιο συνηθισμένη στην πράξη δομή είναι η **αντιστάθμιση σε σειρά**.



Σχήμα 6.2. Αντιστάθμιση σε σειρά

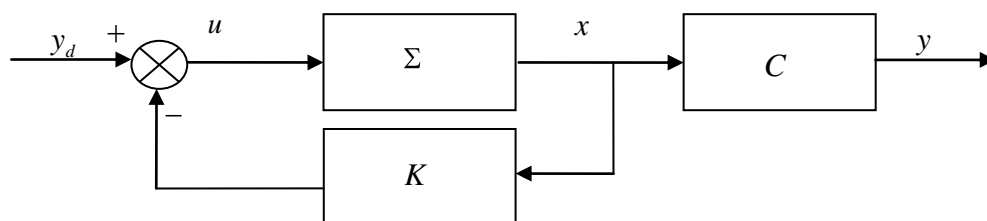
Στο σχήμα αυτό με Σ συμβολίζεται το υπό έλεγχο σύστημα και με K συμβολίζεται ο **ελεγκτής ή αντισταθμιστής**.

Όταν ο αντισταθμιστής συνδέεται στο βρόχο ανάδρασης, τότε η αντίστοιχη δομή ονομάζεται **αντιστάθμιση ανάδρασης εξόδου ή ανατροφοδότηση εξόδου**.



Σχήμα 6.3. Αντιστάθμιση ανάδρασης εξόδου

Στο Σχ. 6.4 παρίσταται η δομή **ανάδρασης κατάστασης**. Στην περίπτωση αυτή δεν ανατροφοδοτούνται οι μεταβλητές εξόδου, αλλά οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος. Ο αντισταθμιστής αποτελείται από σταθερές πραγματικές τιμές κερδών, οι οποίες παράγουν το σήμα ελέγχου.

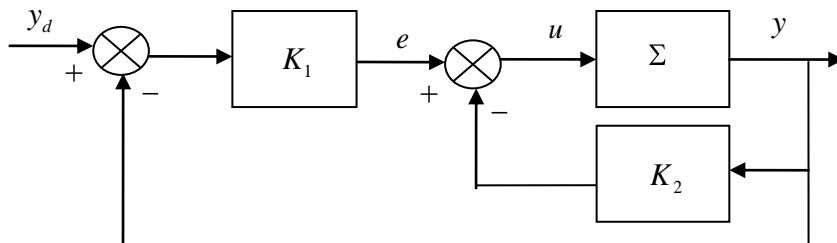


Σχήμα 6.4. Αντιστάθμιση ανάδρασης κατάστασης

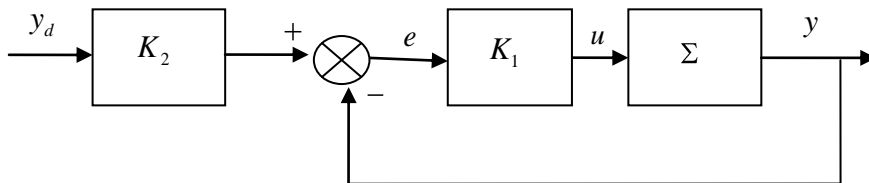
Ένα πρόβλημα που παρουσιάζεται στην ανάδραση κατάστασης είναι ότι, για συστήματα μεγάλης τάξης, υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός μεταβλητών κατάστασης που ανατροφοδοτούνται και απαιτούν ένα μεγάλο αριθμό αισθητήρων, προκειμένου να μετρηθούν οι τιμές τους. Συνεπώς, το κόστος υλοποίησης είναι υψηλό. Ένα άλλο πρόβλημα, που εμφανίζεται ακόμη και σε συστήματα χαμηλής τάξης, είναι το γεγονός ότι οι μεταβλητές κατάστασης δεν είναι όλες άμεσα **μετρήσιμες**. Για το λόγο αυτό απαιτείται ο σχεδιασμός ενός **παρατηρητή** ή **εκτιμητή**, ο οποίος δημιουργεί τις εκτιμώμενες τιμές των μεταβλητών κατάστασης, με βάση τις τιμές των εξόδων.

Οι δομές αντιστάθμισης, που παρουσιάστηκαν στα τρία προηγούμενα σχήματα ελέγχου, έχουν το κοινό χαρακτηριστικό ότι περιέχουν μόνο μία μονάδα ελέγχου και για το λόγο αυτό ονομάζονται **δομές με ένα βαθμό ελευθερίας**. Το μειονέκτημα των σχημάτων αυτών είναι ότι οι προδιαγραφές ελέγχου που μπορούν να ικανοποιήσουν είναι περιορισμένες. Για παράδειγμα, μπορεί το κλειστό σύστημα να έχει ικανοποιητική σχετική ευστάθεια, αλλά όχι και ευρωστία απέναντι σε μεταβολές παραμέτρων. Επίσης, είναι δυνατόν οι μεν πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς να έχουν επιλεγεί έτσι ώστε η χρονική απόκριση να έχει γρήγορη απόσβεση, όχι όμως και τα μηδενικά της, με αποτέλεσμα η μέγιστη υπερύψωση να είναι υπερβολική. Προκειμένου να είναι δυνατόν να ικανοποιούνται περισσότερες

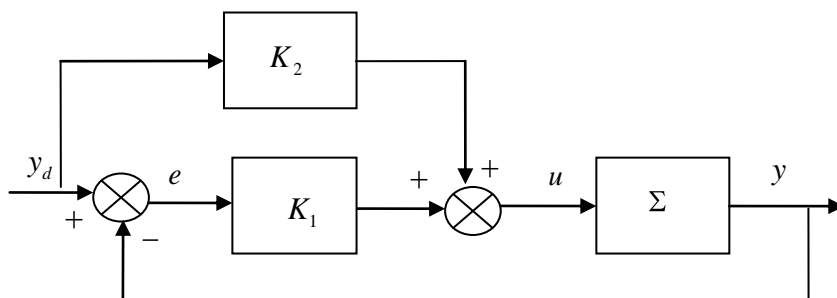
προδιαγραφές ελέγχου, σχεδιάζονται **δομές με δύο βαθμούς ελευθερίας**, όπως αυτές που απεικονίζονται στα παρακάτω σχήματα.



Σχήμα 6.5. Αντιστάθμιση σε σειρά με τον βρόχο ανάδρασης



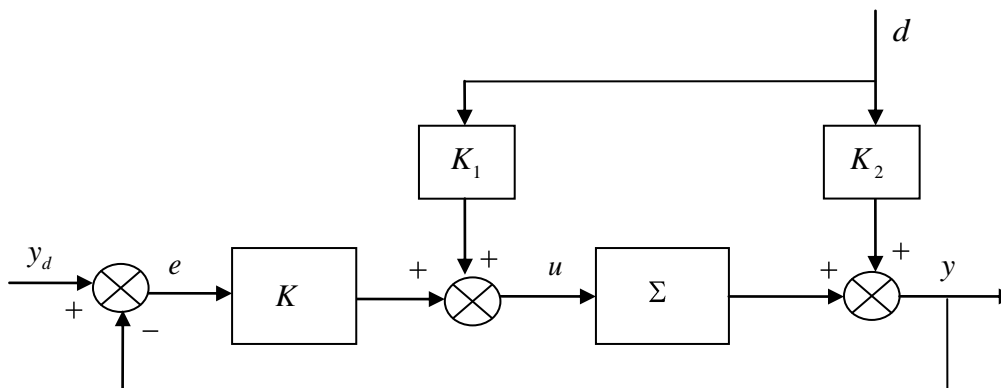
Σχήμα 6.6. Αντιστάθμιση σε σειρά με τον κλειστό βρόχο



Σχήμα 6.7. Αντιστάθμιση παράλληλα με τον κλειστό βρόχο

Στο Σχ. 6.5 έχουμε αντιστάθμιση σε σειρά με το βρόχο ανάδρασης. Στο Σχ. 6.6 έχουμε αντιστάθμιση πριν από τον βρόχο ανάδρασης. Ο πρώτος αντισταθμιστής συνδέεται σε σειρά με τον κλειστό βρόχο. Αντίθετα, στο Σχ. 6.7 ο πρώτος αντισταθμιστής συνδέεται παράλληλα με τον κλειστό βρόχο. Το χαρακτηριστικό της αντιστάθμισης πριν από τον βρόχο ανάδρασης είναι ότι ο πρώτος αντισταθμιστής είναι έξω από τον κλειστό βρόχο και συνεπώς δεν επηρεάζει τους πόλους του αρχικού

συστήματος. Οι πόλοι και τα μηδενικά του πρώτου αντισταθμιστή μπορούν να επιλεγούν έτσι ώστε να επιτυγχάνεται πρόσθεση ή απαλοιφή πόλων και μηδενικών της συνάρτησης μεταφοράς του κλειστού συστήματος. Τέλος, στο Σχ. 6.8 απεικονίζεται ο έλεγχος με δύο βαθμούς ελευθερίας για την **απόρριψη διαταραχής**.



Σχήμα 6.8. Αντιστάθμιση με απόρριψη διαταραχής

Ο αντισταθμιστής που βρίσκεται στον απ' ευθείας κλάδο επιλέγεται έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι επιθυμητές προδιαγραφές του κλειστού συστήματος, ενώ οι αντισταθμιστές που βρίσκονται έξω από τον βρόχο ανάδρασης σχεδιάζονται προκειμένου να ελαχιστοποιείται, ή ακόμη και να εξαλείφεται η επίδραση της διαταραχής d .

6.2 Ο ελεγκτής P.I.D.

Όπως ήδη αναφέρθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, η πιο απλή μορφή ελεγκτή είναι αυτή του ενισχυτή σταθερού κέρδους K . Είναι φανερό ότι ο ελεγκτής αυτός έχει αναλογική δράση. Ένας πιο σύνθετος ελεγκτής μπορεί να περιέχει τόσο ενισχυτές όσο και άλλα στοιχεία, όπως αθροιστές, διαφοριστές και ολοκληρωτές. Αυτό συνεπάγεται ότι παράγεται τόσο το αναλογικό σήμα όσο και η παράγωγος και το ολοκλήρωμα του σήματος εισόδου του ελεγκτή. (Υπενθυμίζεται ότι το σήμα εισόδου του ελεγκτή είναι συνήθως το σήμα σφάλματος μεταξύ πραγματικής και επιθυμητής εξόδου του κλειστού συστήματος).

Ο ελεγκτής με αναλογική (Proportional), ολοκληρωτική (Integral) και διαφορική (Derivative) δράση ονομάζεται **PID ελεγκτής**. Η ονομασία του αναφέρεται στη μαθηματική του μορφή. Οι φυσικές του ιδιότητες θα αναπτυχθούν στις παραγράφους που ακολουθούν. Εφόσον η δομή του PID ελεγκτή είναι προκαθορισμένη, ο ρόλος του σχεδιαστή συνίσταται στον προσδιορισμό των παραμέτρων του και κατ' επέκταση στην επιλογή των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν για την υλοποίησή του.

Η συνάρτηση μεταφοράς του PID ελεγκτή έχει τη μορφή

$$G_c(s) = K_p + K_D s + \frac{K_I}{s} \quad (6.1)$$

όπου K_p , K_D και K_I είναι πραγματικές σταθερές και προσδιορίζουν τον αναλογικό, διαφορικό και ολοκληρωτικό όρο, αντίστοιχα. Το πρόβλημα του σχεδιασμού συνίσταται στον προσδιορισμό των σταθερών αυτών, έτσι ώστε το κλειστό σύστημα να πληροί τις επιθυμητές προδιαγραφές.

6.2.1 Επίδραση του διαφορικού όρου στη χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος

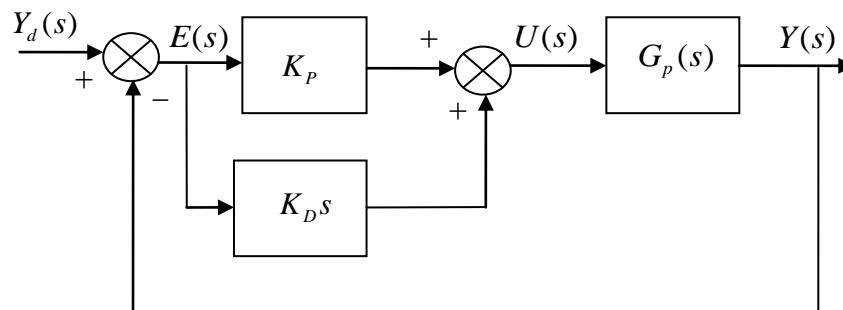
Έστω το σύστημα δεύτερης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_p(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)} \quad (6.2)$$

στο οποίο εφαρμόζεται ο PD έλεγχος ή έλεγχος αναλογικής – διαφορικής δράσης με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_c(s) = K_p + K_D s \quad (6.3)$$

Το διάγραμμα βαθμίδων του κλειστού συστήματος απεικονίζεται στο Σχ. 6.9.



Σχήμα 6.9. Σύστημα PD ελέγχου

Το σήμα ελέγχου είναι

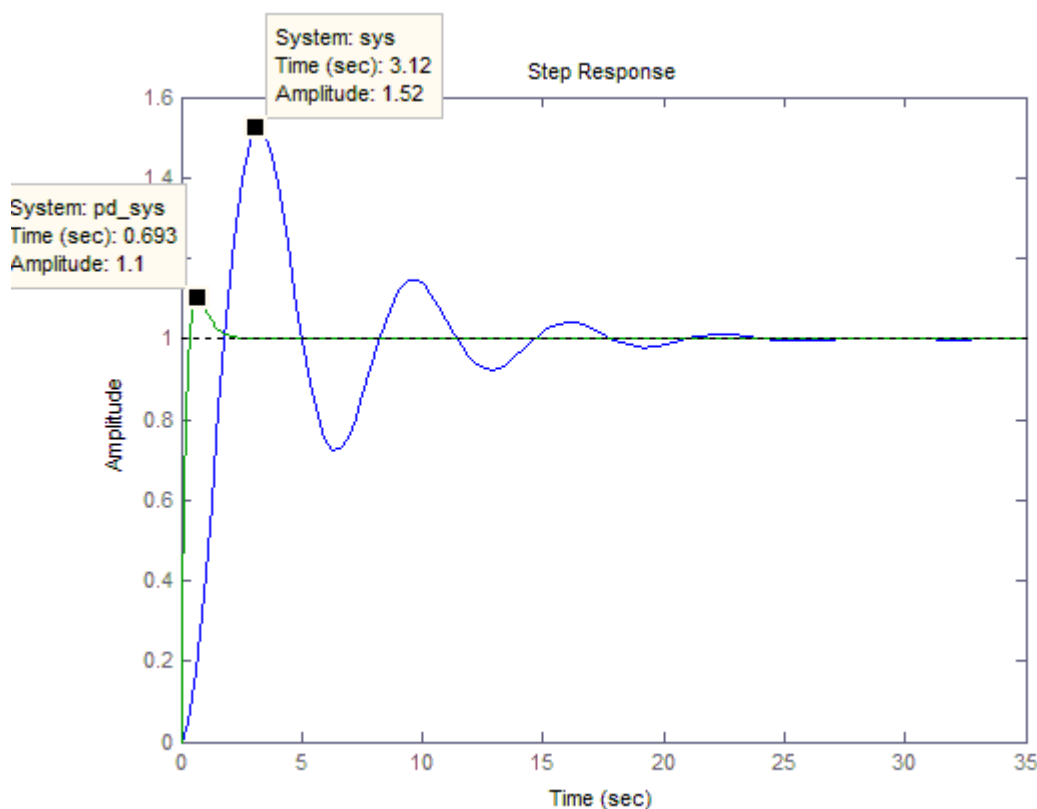
$$U(s) = (K_p + K_D s)E(s) \quad \text{ή} \quad u(t) = K_p e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (6.4)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου είναι

$$G(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{\omega_n^2 (K_p + K_D s)}{s(s + 2\zeta\omega_n)} \quad (6.5)$$

πράγμα που σημαίνει ότι η δράση του PD ελεγκτή ισοδυναμεί με την προσθήκη ενός μηδενικού στο σημείο $s = -K_p / K_D$ της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου. Συνεπώς, η κατάλληλη επιλογή των σταθερών K_p και K_D οδηγεί σε βελτίωση της ευστάθειας του κλειστού συστήματος.

Ο PD έλεγχος επιδρά στη μεταβατική απόκριση του κλειστού συστήματος και μπορεί να μελετηθεί με βάση τη χρονική απόκριση.



Σχήμα 6.10. Επίδραση του διαφορικού όρου στη χρονική απόκριση

Στο Σχ. 6.10 το αρχικό σύστημα δεύτερης τάξης με την ονομασία *sys* έχει στατικό κέρδος K ίσο με 1. Παρατηρούμε ότι παρουσιάζει σημαντική μέγιστη υπερύψωση 1.52 και ταλαντώσεις που αργούν να αποσβεστούν. Με την προσθήκη διαφορικού όρου με $K_p = 10$ και $K_D = 6$ το αντισταθμισμένο σύστημα με την ονομασία *pd_sys* παρουσιάζει αποδεκτή μέγιστη υπερύψωση 1.1, γρήγορη απόσβεση και σαφώς βελτιωμένο χρόνο απόκρισης.

Η επίδραση του διαφορικού όρου στη μεταβατική απόκριση οφείλεται στο γεγονός ότι, η κυματομορφή της παραγώγου του σφάλματος έχει κλίση αντίθετη προς εκείνη του σφάλματος, με αποτέλεσμα το άθροισμα των δύο να εξουδετερώνει γρήγορα το σφάλμα μεταβατικής κατάστασης. Ωστόσο, εφόσον το σύστημα παρουσιάζει σταθερό σφάλμα μόνιμης κατάστασης, δηλαδή ανεξάρτητο του χρόνου,

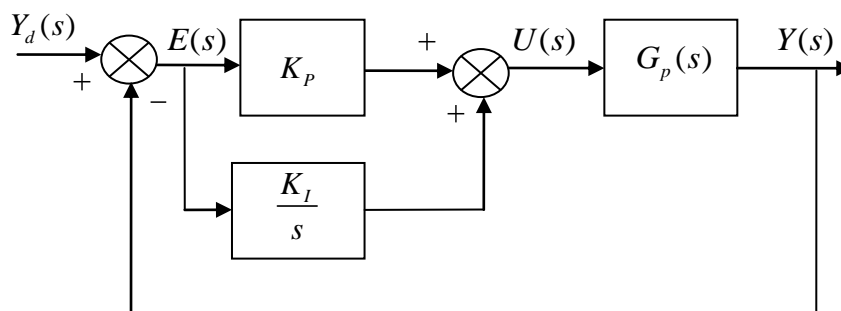
είναι προφανές ότι η διαφόριση δεν μπορεί να το μειώσει. Το σφάλμα μόνιμης κατάστασης μειώνεται με την προσθήκη ολοκληρωτικού όρου, όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο.

6.2.2 Επίδραση του ολοκληρωτικού όρου στη χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος

Θεωρούμε και πάλι το σύστημα δεύτερης τάξης (6.2). Η συνάρτηση μεταφοράς του PI ελεγκτή είναι

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} \quad (6.6)$$

Όπως είναι φανερό και από το Σχ. 6.11, η δράση του ολοκληρωτικού όρου έγκειται στο ότι παράγει το ολοκλήρωμα του σφάλματος. Έτσι, κατά τον αναλογικό – ολοκληρωτικό έλεγχο, ή PI έλεγχο, το σήμα εισόδου είναι το άθροισμα του ενισχυμένου σφάλματος και του ολοκληρώματός του.



Σχήμα 6.11. Σύστημα PI ελέγχου

Η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου γίνεται

$$G(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{\omega_n^2(K_p s + K_I)}{s^2(s + 2\zeta\omega_n)} \quad (6.7)$$

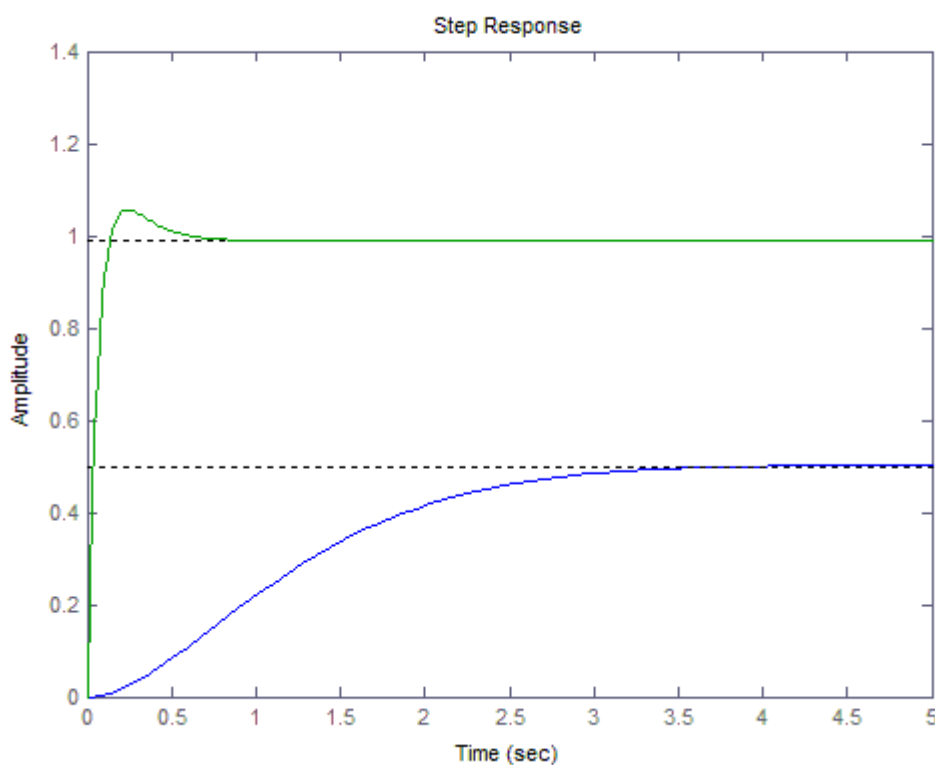
Είναι φανερό ότι ο PI ελεγκτής προσθέτει στο σύστημα ένα μηδενικό στο σημείο $s = -K_I / K_p$ και ένα πόλο στο σημείο $s = 0$. Προφανώς ο πόλος αυτός αυξάνει κατά ένα την τάξη του συστήματος και, επειδή προστίθεται στο σημείο $s = 0$, αυξάνει κατά ένα και τον **τύπο** του συστήματος (βλ. Κεφ. 4). Άρα, η ολοκληρωτική δράση βελτιώνει, κατ' αρχήν, το **σφάλμα μόνιμης κατάστασης** του αρχικού συστήματος κατά ένα βαθμό. Έτσι, αν το αρχικό σύστημα είχε σταθερό σφάλμα μόνιμης κατάστασης, με την ολοκληρωτική δράση αυτό θα μηδενιστεί.

Όσον αφορά το σύστημα του Σχ. 6.11, που ήταν αρχικά 2^{ης} τάξης, αυτό με την ολοκληρωτική δράση θα γίνει ένα σύστημα 3^{ης} τάξης με μηδενικό σφάλμα μόνιμης

κατάστασης, για είσοδο συνάρτηση αναρρίχησης (δηλαδή μηδενικό σφάλμα ταχύτητας). Το νέο σύστημα 3^{ης} τάξης όμως, θα έχει **μικρότερη σχετική ευστάθεια** από το αρχικό και μπορεί να γίνει ακόμη και ασταθές, αν δεν επιλεγούν κατάλληλα οι παράμετροι K_p και K_I .

Σχετικά με την **επιλογή των παραμέτρων** K_p , K_D και K_I , σημειώνονται τα εξής:

- Στην περίπτωση ενός συστήματος με PD έλεγχο, η τιμή της παραμέτρου K_p είναι σημαντική, διότι για σύστημα τύπου 1 η σταθερά σφάλματος ταχύτητας K_v είναι ανάλογη της K_p και, επομένως, το σφάλμα μόνιμης κατάστασης είναι αντιστρόφως ανάλογο της K_p , για είσοδο αναρρίχησης. Αν όμως η K_p έχει πολύ μεγάλη τιμή, το σύστημα μπορεί να γίνει ασταθές. Ανάλογα ισχύουν για σύστημα τύπου 0 όπου το σφάλμα μόνιμης κατάστασης, για βηματική είσοδο, είναι αντιστρόφως ανάλογο της K_p .
- Όταν όμως ένα σύστημα τύπου 1 μετατρέπεται σε σύστημα τύπου 2 με την εισαγωγή ενός PI ελεγκτή, η αναλογική παράμετρος K_p δεν επιδρά πλέον στο σφάλμα μόνιμης κατάστασης: το σφάλμα είναι πάντοτε μηδενικό, για είσοδο αναρρίχησης. Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα είναι η επιλογή του κατάλληλου συνδυασμού της K_p και της K_I , προκειμένου να επιτευχθεί ικανοποιητική μεταβατική απόκριση.



Σχήμα 6.12. Επίδραση ολοκληρωτικού όρου στη χρονική απόκριση

Στο Σχ. 6.12 παρατηρούμε ότι το σύστημα 2^{ης} τάξης $G_p(s) = \frac{K}{(1+0.5s)(1+2s)}$, $F(s)=1$, με $K=1$ έχει σφάλμα μόνιμης κατάστασης $e_{\mu\sigma\nu}(t) = \frac{1}{1+K} = \frac{1}{2}$. Ο ΠΙ ελεγκτής με $K_p=17.5$ και $K_I=90$ μηδενίζει το $e_{\mu\sigma\nu}(t)$ και εξασφαλίζει ικανοποιητική μεταβατική απόκριση. Ο προσδιορισμός των παραμέτρων έγινε με δοκιμή και σφάλμα (*trial and error*).

6.2.3 Σχεδιασμός του PID ελεγκτή

Όπως είδαμε στις προηγούμενες παραγράφους, ο μεν PD ελεγκτής επιδρά κυρίως στη μεταβατική απόκριση του συστήματος εξασφαλίζοντας καλύτερη απόσβεση, ο δε ΠΙ ελεγκτής επιδρά κυρίως στο σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Ο συνδυασμός των δύο επιτρέπει την καλύτερη αξιοποίηση των ιδιοτήτων τους και αυτό οδηγεί στη χρησιμοποίηση του PID ελεγκτή. Ο σχεδιασμός του PID ελεγκτή επιτυγχάνεται ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

1. Θεωρούμε ότι ο PID ελεγκτής αποτελείται από δύο επιμέρους μονάδες, ΠΙ και PD αντίστοιχα, συνδεδεμένες σε σειρά. Η συνάρτηση μεταφοράς του PID ελεγκτή δίνεται από τη σχέση

$$G_c(s) = K_p + K_D s + K_I / s = (1 + K_{D1}s)(K_{P2} + K_{I2}/s) \quad (6.8)$$

Η αναλογική σταθερά της μονάδας PD λαμβάνεται ίση με τη μονάδα, εφόσον χρειαζόμαστε μόνο τρεις παραμέτρους για τον PID ελεγκτή. Εξισώνοντας τα δύο μέλη της (6.8) προκύπτουν οι σχέσεις

$$K_p = K_{P2} + K_{D1}K_{I2} \quad (6.9)$$

$$K_D = K_{D1}K_{P2} \quad (6.10)$$

$$K_I = K_{I2} \quad (6.11)$$

2. Θεωρούμε ότι υπάρχει μόνο η ΠΙ μονάδα και επιλέγουμε τις τιμές των K_{I2} και K_{P2} , έτσι ώστε να ικανοποιείται η προδιαγραφή του χρόνου ανύψωσης. Το σφάλμα μόνιμης κατάστασης του συστήματος βελτιώνεται κατά ένα βαθμό. Στο βήμα αυτό δεν ενδιαφερόμαστε για τη μέγιστη υπερύψωση, η οποία μπορεί να είναι μεγάλη.
3. Χρησιμοποιούμε τη μονάδα PD προκειμένου να μειώσουμε τη μέγιστη υπερύψωση. Επιλέγουμε την τιμή της K_{D1} , προκειμένου να ικανοποιούνται οι απαιτήσεις απόσβεσης.
4. Οι τιμές των K_p , K_D και K_I προσδιορίζονται από τις εξισώσεις (6.9), (6.10) και (6.11).

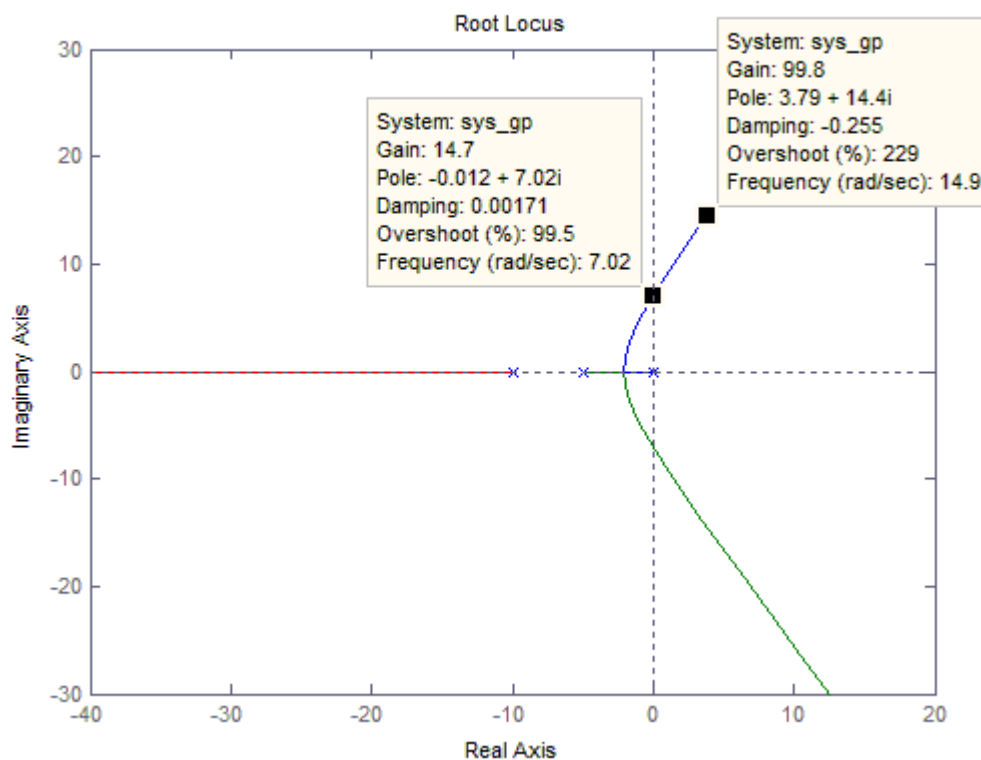
Εναλλακτικά μπορούμε να σχεδιάσουμε πρώτα τον PD ελεγκτή, επιλέγοντας μια κατάλληλη τιμή της K_{D1} . Είναι δυνατόν η δράση μόνο του PD ελεγκτή να μην εξασφαλίζει την απαιτούμενη σχετική ευστάθεια. Στο τελικό βήμα, η PI μονάδα του PID ελεγκτή σχεδιάζεται έτσι ώστε να πληρούνται οι απαιτούμενες προδιαγραφές.

Παράδειγμα 6.1 (Kuo 1995)

Έστω το σύστημα μοναδιαίας ανάδρασης με συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου

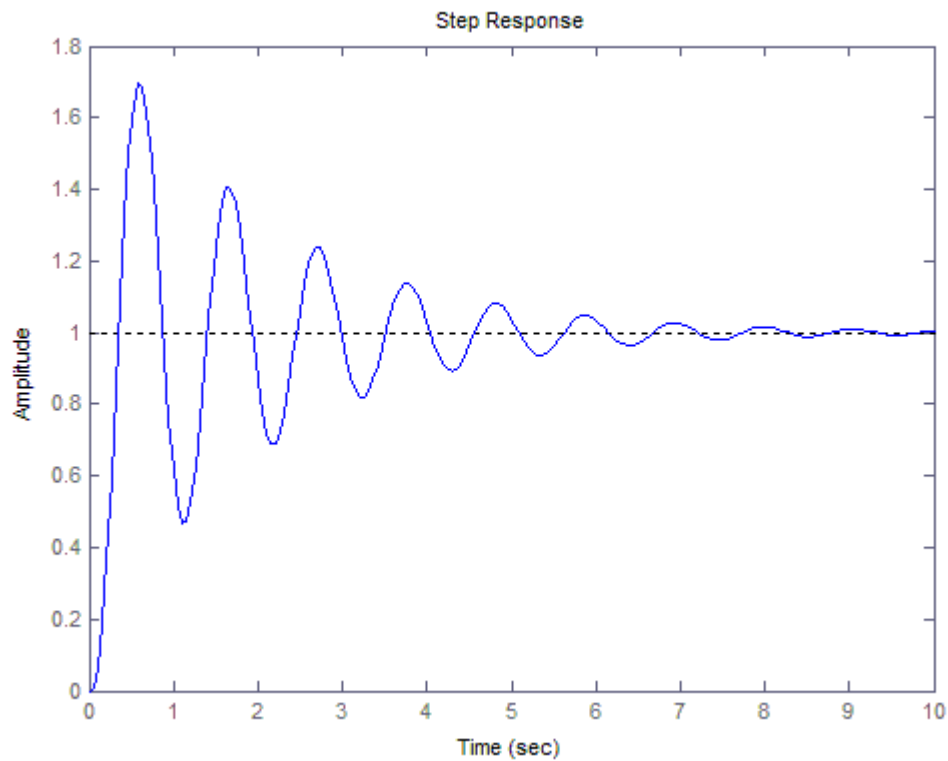
$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.2s)} = \frac{50K}{s(s+10)(s+5)} \quad (6.12)$$

Έστω ότι $K=100$, έτσι ώστε η σταθερά σφάλματος ταχύτητας του συστήματος είναι $K_v=100$. Είναι εύκολο ναδειχθεί ότι το κλειστό σύστημα χωρίς αντιστάθμιση είναι ασταθές, ενώ η οριακή τιμή του κέρδους για να παραμένει το σύστημα ευσταθές είναι $K=15$. Για $K=100$, οι ασταθείς πόλοι του συστήματος είναι $s_{1,2} = 3.8 \pm j14.4$. Αυτά απεικονίζονται και στο διάγραμμα του γεωμετρικού τόπου των ριζών του Σχ. 6.13.



Σχήμα 6.13. Γεωμετρικός τόπος των ριζών του συστήματος 3^{ης} τάξης

Η βηματική απόκριση του συστήματος για $K=10$ παρουσιάζει υπο-απόσβεση.



Σχήμα 6.14. Βηματική απόκριση του συστήματος 3^{ης} τάξης για K=10

Σχεδιασμός του PD ελεγκτή

Θεωρούμε κατ' αρχάς ένα PD ελεγκτή με συνάρτηση μεταφοράς (6.3). Η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου του αντισταθμισμένου συστήματος είναι

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{100(K_p + K_D s)}{s(1 + 0.1s)(1 + 0.2s)} = \frac{5000(K_p + K_D s)}{s(s + 10)(s + 5)} \quad (6.13)$$

Η προδιαγραφή σχεδίασης στο βήμα αυτό είναι να διατηρηθεί η τιμή της σταθεράς σφάλματος ταχύτητας στην τιμή $K_v = 100$ και συγχρόνως να βελτιωθεί η σχετική ευστάθεια. Η απαίτηση για τη σταθερά σφάλματος ταχύτητας εξασφαλίζεται θέτοντας $K_p = 1$. Στη συνέχεια, η επίδραση του PD ελεγκτή θα μελετηθεί χρησιμοποιώντας τον γεωμετρικό τόπο των ριζών.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού αντισταθμισμένου συστήματος είναι

$$H_{PD}(s) = \frac{5000(K_p + K_D s)}{s^3 + 15s^2 + (50 + 5000K_D)s + 5000K_p} \quad (6.14)$$

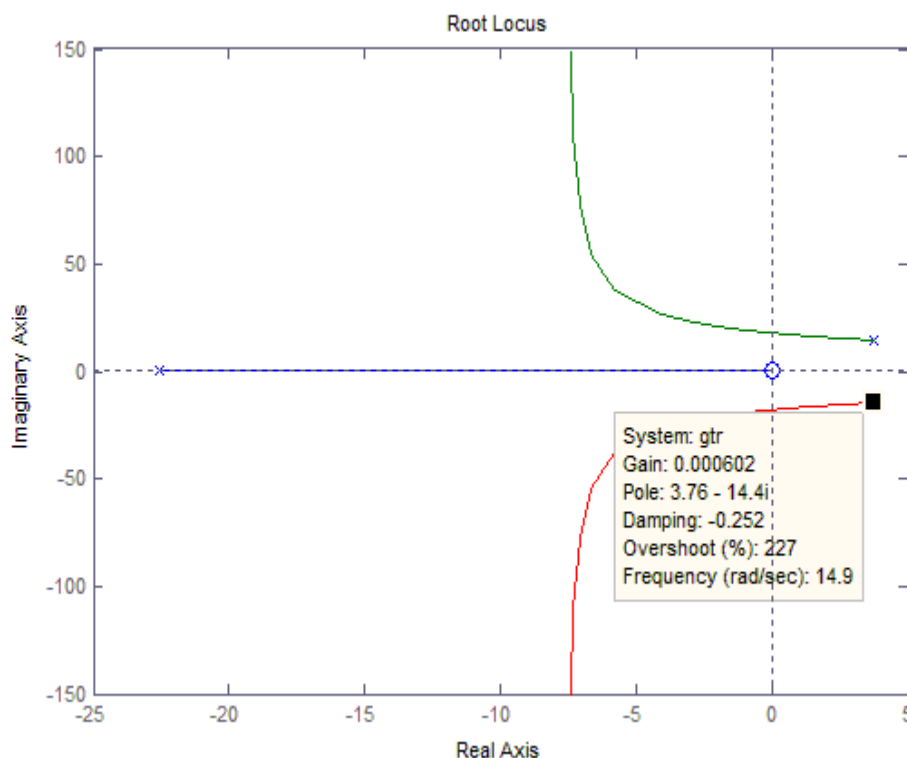
Η χαρακτηριστική εξίσωση για $K_p = 1$ είναι

$$s^3 + 15s^2 + (50 + 5000K_D)s + 5000 = 0 \quad (6.15)$$

Διαιρώντας και τα δύο μέλη αυτής με τους όρους που δεν περιέχουν την παράμετρο K_D , προκύπτει

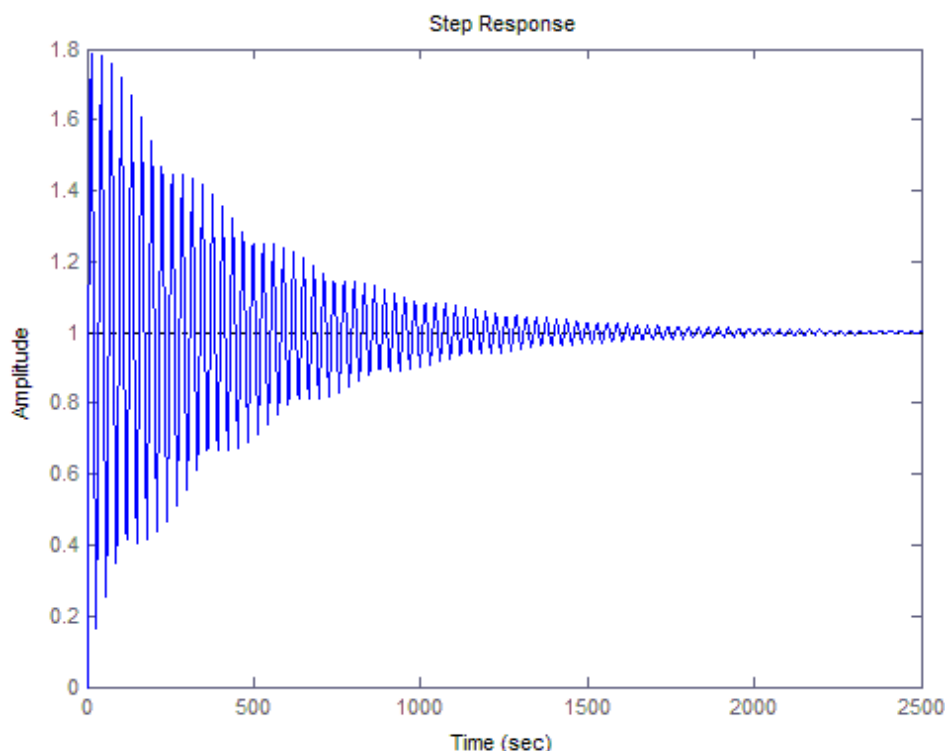
$$1 + \frac{5000K_D s}{s^3 + 15s^2 + 50s + 5000} = 0 \quad (6.16)$$

Από τη σχέση αυτή μπορούμε να βρούμε τις τροχιές των πόλων του συστήματος επάνω στο μιγαδικό επίπεδο, μεταβάλλοντας το K_D .



Σχήμα 6.15. Γεωμετρικός τόπος των ριζών για την εύρεση του K_D

Από τη μελέτη του γεωμετρικού τόπου των ριζών και από το Σχ. 6.15 προκύπτουν τα εξής: Για $K_D = 0.0567$ το σύστημα γίνεται ευσταθές. Η τιμή αυτή αντιστοιχεί στα σημεία τομής του γ.τ.ρ. με τον άξονα των φανταστικών αριθμών. Ωστόσο, αυξάνοντας το K_D , οι δύο μιγαδικοί πόλοι τείνουν προς τις 90° και τις -90° , αντίστοιχα, ακολουθώντας τις ασύμπτωτες που περνούν από το σημείο -7.5 , πράγμα που σημαίνει ότι δεν είναι δυνατόν να επιτύχουμε καλή απόσβεση στη χρονική απόκριση (Σχ 6.16). Επίσης, ο πραγματικός πόλος τείνει προς την αρχή των αξόνων, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η μέγιστη υπερύψωση. Υπολογίζεται ότι μεταβάλλοντας το K_D , η καλύτερη τιμή που μπορεί να επιτευχθεί για τη μέγιστη υπερύψωση είναι 60%.



Σχήμα 6.16. Βηματική απόκριση του συστήματος 3^{ης} τάξης με έλεγχο PD

Από όλα τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι ο PD έλεγχος, αν και σταθεροποιεί το σύστημα του παραδείγματος, έχει περιορισμένες δυνατότητες στη βελτίωση της χρονικής του απόκρισης.

Σχεδιασμός του PI ελεγκτή

Ας θεωρήσουμε τώρα ότι το αρχικό σύστημα αντισταθμίζεται με ένα PI ελεγκτή της μορφής (6.6). Η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου του αντισταθμισμένου συστήματος παίρνει τη μορφή

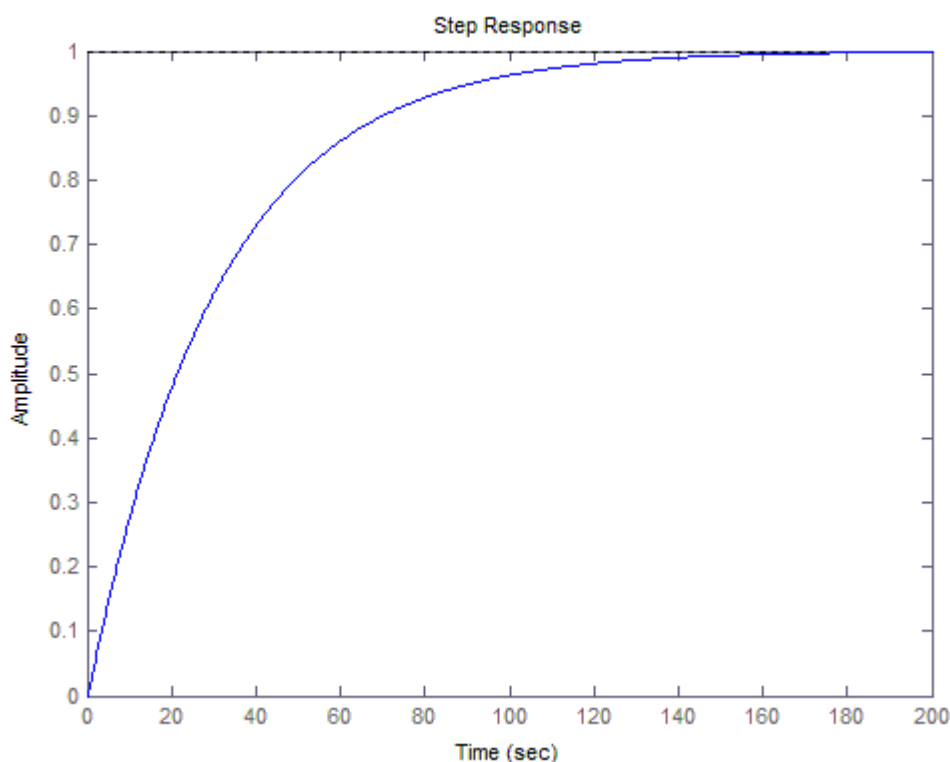
$$G_c(s)G_p(s) = \frac{5000K_p(s + K_I/K_p)}{s^2(s+10)(s+5)} \quad (6.17)$$

Κατά το σχεδιασμό του ελεγκτή PI, η τιμή του K_I/K_p επιλέγεται έτσι ώστε να είναι πολύ μικρότερη από την απόλυτη τιμή της κυρίαρχης (ή δεσπόζουσας) ιδιοτιμής της $G_p(s)$, δηλαδή αυτής που βρίσκεται πιο κοντά στην αρχή των αξόνων. Για το σύστημα του παραδείγματος η κυρίαρχη ιδιοτιμή είναι η $s = -5$. Επιλέγουμε $K_I/K_p = 0.1$. Παρατηρούμε ότι το αντισταθμισμένο σύστημα (6.17) έχει ένα μηδενικό στο σημείο $s = -0.1$. Αυτό στην πράξη απαλείφεται με τον ένα από

τους πόλους στο $s=0$. Έτσι, στη μεταβατική κατάσταση η (6.17) γίνεται κατά προσέγγιση

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{5000K_p}{s(s+10)(s+5)} \quad (6.18)$$

Η μορφή αυτή είναι ίδια με την (6.12) εκτός από την τιμή του κέρδους. Άρα, μπορούμε να επιλέξουμε την τιμή του K_p , έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η απαιτούμενη απόσβεση. Μπορεί εύκολα να υπολογιστεί (Κεφ. 4) ότι το σύστημα της μορφής (6.12) έχει συντελεστή απόσβεσης $\zeta = 0.707$ για $K = 1.63$. Η βηματική απόκρισή του απεικονίζεται στο Σχ. 6.17.

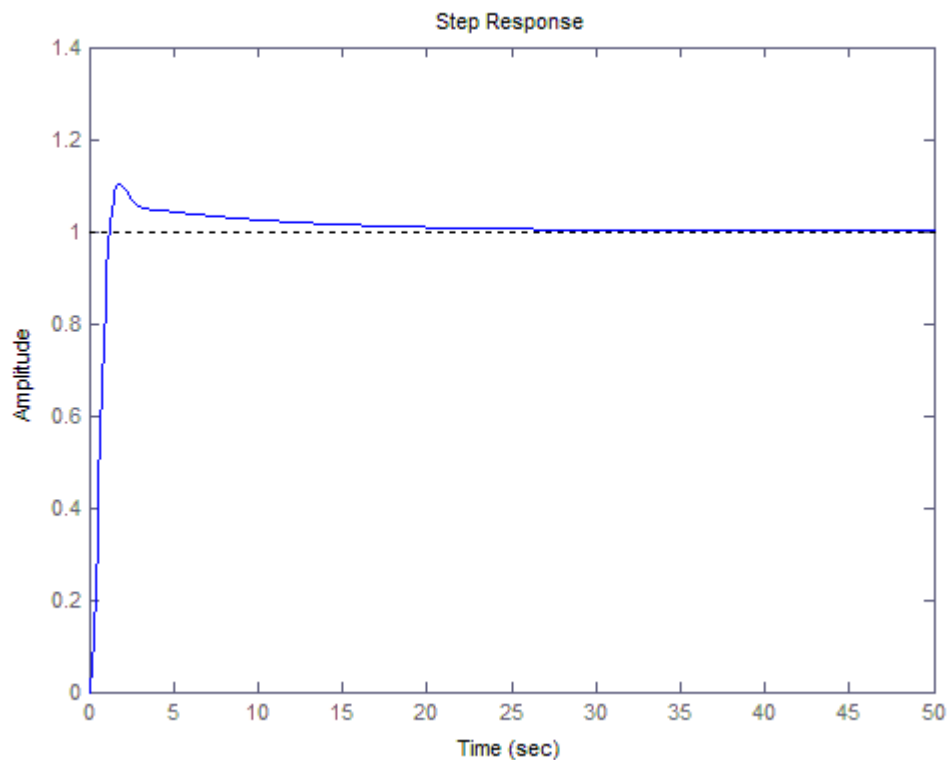


Σχήμα 6.17. Βηματική απόκριση του συστήματος 3^{ης} τάξης

Η βελτίωση της απόσβεσης είναι προφανής. Για να εξασφαλιστεί αυτή η τιμή της απόσβεσης και για το αντισταθμισμένο σύστημα, πρέπει να θυμηθούμε ότι $K=100$ είναι η τιμή του κέρδους που εξασφαλίζει την επιθυμητή σταθερά σφάλματος ταχύτητας. Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε τον απλό εμπειρικό κανόνα κατά τον οποίο η αναλογική σταθερά K_p έχει την εξής έκφραση:

$K_p = (\text{τιμή } K \text{ για επιθυμητή απόσβεση}) / (\text{τιμή } K \text{ για επιθυμητό σφάλμα μόνιμης κατάστασης})$

Με βάση τα παραπάνω, η αναλογική σταθερά K_p υπολογίζεται από τη σχέση $K_p = 1.63/100 = 0.0163$. Η χρονική απόκριση του συστήματος με αντιστάθμιση PI απεικονίζεται στο Σχ. 6.18. Παρατηρούμε ότι έχουν εξασφαλιστεί οι επιθυμητές προδιαγραφές για το σφάλμα μόνιμης κατάστασης και για την απόσβεση.



Σχήμα 6.18. Βηματική απόκριση του συστήματος 3^{ης} τάξης με αντιστάθμιση PI

Σχεδιασμός του PID ελεγκτή

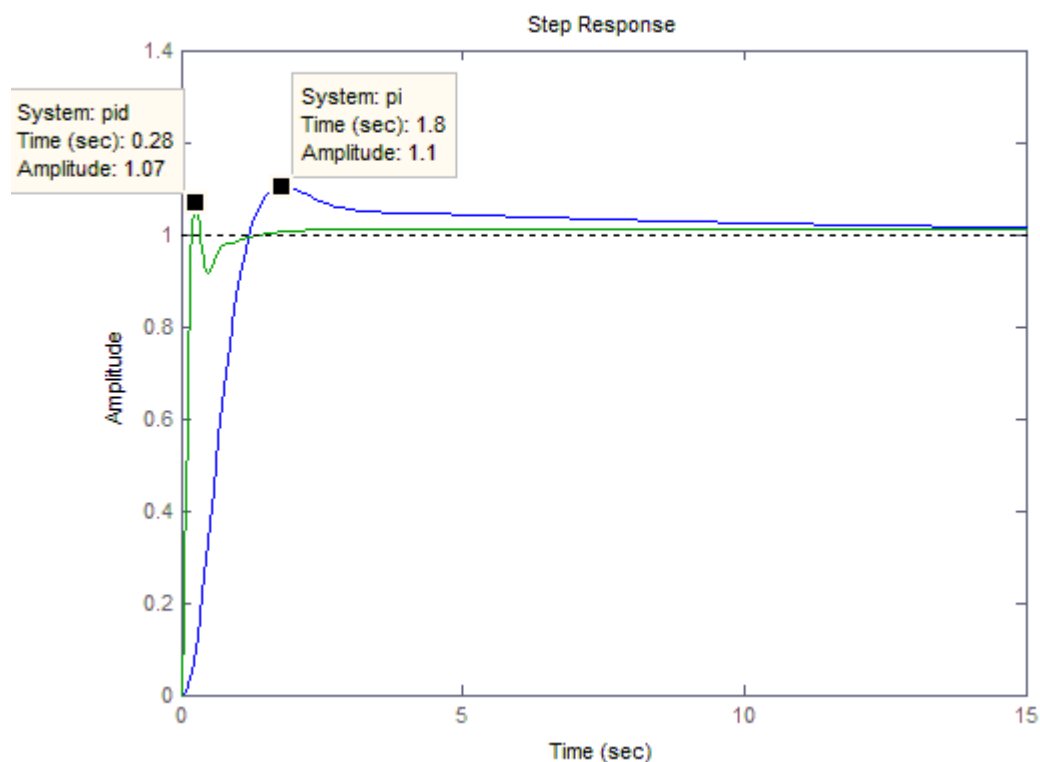
Ο PID ελεγκτής με συνάρτηση μεταφοράς (6.8) θα εφαρμοστεί στο σύστημα (6.12), προκειμένου να βελτιωθούν και οι χρόνοι απόκρισης του κλειστού συστήματος. Η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου παίρνει τη μορφή

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{5000(1 + K_{D1}s)(K_{P2}s + K_{I2})}{s^2(s+5)(s+10)} \quad (6.19)$$

Σχεδιάζουμε πρώτα τη μονάδα PI του ελεγκτή. Θέτοντας $\frac{K_{I2}}{K_{P2}} = 0.1$ και $K_{D1} = 0$, προκύπτει

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{5000K_{P2}(s+0.1)}{s^2(s+5)(s+10)} \quad (6.20)$$

Όταν $K_{p2} = 1$, το σύστημα θα έχει μεταβατική απόκριση όμοια με αυτή του συστήματος χωρίς αντιστάθμιση, διότι το μηδενικό της (6.20) στο σημείο $s = -0.1$ απαλείφεται, πρακτικά, με έναν από τους πόλους στο $s = 0$, όπως είδαμε και στην προηγούμενη παράγραφο. Αν χρησιμοποιηθεί μόνο PI ελεγκτής, η παράμετρος K_{p2} πρέπει να πάρει την τιμή $K_{p2} = 0.0163$, προκειμένου ο συντελεστής απόσβεσης να είναι $\zeta = 0.707$. Για να επιτύχουμε γρηγορότερους χρόνους απόκρισης, έστω ότι επιλέγουμε $K_{p2} = 0.07$. Εδώ πρέπει να θυμίσουμε ότι το σύστημα γίνεται ασταθές για $K_{p2} \geq 0.15$. Τώρα, η τιμή του K_{D1} μπορεί να προσδιοριστεί, ώστε να ελαττωθεί η μέγιστη υπερύψωση και να διατηρηθούν οι γρήγοροι χρόνοι απόκρισης (ανύψωσης και αποκατάστασης). Το Σχ. 6.19 απεικονίζει τη μοναδιαία βηματική απόκριση του αντισταθμισμένου συστήματος με PID ελεγκτή για $K_{D1} = 0.5$, $K_{p2} = 0.07$ και $K_{I2} = 0.007$. Οι τιμές αυτές δίνουν στη συνέχεια τις τιμές των παραμέτρων του PID ελεγκτή με τη βοήθεια των σχέσεων (6.9) έως (6.11). Έτσι προκύπτουν οι τιμές $K_p = 0.0735$, $K_D = 0.035$, $K_I = 0.007$.



Σχήμα 6.19. Βηματική απόκριση του συστήματος 3^{ης} τάξης (α) με αντιστάθμιση PI ($K_p = 0.0163$) και (β) με αντισταθμιστή PID ($K_p = 0.0735$, $K_D = 0.035$, $K_I = 0.007$)

6.2.4 Προσδιορισμός των παραμέτρων του PID ελεγκτή

Ο προσδιορισμός των παραμέτρων του PID ελεγκτή έχει απασχολήσει από πολύ παλιά την επιστημονική κοινότητα. Αρκετές τεχνικές έχουν προταθεί με επικρατέστερη εκείνη των Ziegler και Nichols, καθώς και βελτιώσεις της. Η τεχνική αυτή, γνωστή με την ονομασία **Ziegler-Nichols Tuning**, είναι εμπειρική και προτάθηκε κατά τη δεκαετία του 1940. Βασίζεται στην ιδέα ότι με πειραματικές μεθόδους εξάγονται συμπεράσματα για τη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος και κατόπιν οι παράμετροι του PID ελεγκτή προσδιορίζονται ανάλογα με τις ιδιότητες που πρέπει να βελτιωθούν.

Ειδικότερα, η μέθοδος Ziegler-Nichols χρησιμοποιεί μετρήσεις από ένα τμήμα της μοναδιαίας βηματικής απόκρισης του συστήματος και συγκεκριμένα της μεταβατικής απόκρισης. Εκεί, θεωρούμε μια εφαπτομένη στην καμπύλη της χρονικής απόκρισης στο πλέον κατακόρυφο τμήμα της. Η εφαπτομένη τέμνει τον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα στα σημεία $-\alpha$ και τ , αντίστοιχα. Τα σημεία αυτά θα παίξουν καθοριστικό ρόλο στον προσδιορισμό των παραμέτρων, ως εξής:

Πίνακας 6.1. Προσδιορισμός των παραμέτρων του PID ελεγκτή με βάση τη βηματική απόκριση.

Τύπος ελεγκτή	K_p	T_I	T_D
P	$1/\alpha$		
PI	$0.9/\alpha$	3τ	
PID	$1.2/\alpha$	2τ	0.5τ

Οι T_I και T_D είναι, αντίστοιχα, η ολοκληρωτική και η διαφορική χρονική σταθερά. Οι παράμετροι του ολοκληρωτικού και του διαφορικού όρου είναι $K_I = K_p/T_I$ και $K_D = K_p T_D$.

Με ανάλογο τρόπο, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί η απόκριση συχνότητας και συγκεκριμένα το διάγραμμα Nyquist. Στην περίπτωση αυτή ο προσδιορισμός γίνεται με βάση την κρίσιμη τιμή του κέρδους K_c και την κρίσιμη περίοδο T_c (υπενθυμίζεται ότι $\omega_c = 2\pi/T_c$ σε rad/sec είναι η κρίσιμη συχνότητα). Ο προσδιορισμός των παραμέτρων γίνεται ως εξής:

Πίνακας 6.2. Προσδιορισμός των παραμέτρων του PID ελεγκτή με βάση την απόκριση συχνότητας.

Τύπος ελεγκτή	K_p	T_I	T_D
P	$0.5K_c$		
PI	$0.4K_c$	$0.8T_c$	
PID	$0.6K_c$	$0.5T_c$	$0.125T_c$

Ας σημειωθεί ότι η μέθοδος Ziegler-Nichols είχε τεράστια απήχηση στη σχεδίαση PID ελεγκτών, από την εποχή που προτάθηκε μέχρι σήμερα. Στα μειονεκτήματά της σημειώνονται (1) το γεγονός ότι χρησιμοποιεί πολύ λίγη πληροφορία σχετικά με το σύστημα και, συνεπώς, είναι σε μεγάλο βαθμό προσεγγιστική, καθώς και (2) η έλλειψη ευρωστίας του κλειστού συστήματος που προκύπτει, δηλαδή, ανεπιθύμητη συμπεριφορά απέναντι σε μεταβολές του συστήματος).

Αρκετές τεχνικές έχουν προταθεί σαν τροποποιήσεις της τεχνικής Ziegler-Nichols με σκοπό τη βελτίωση των παραμέτρων. Μία από αυτές θεωρεί ότι η βηματική απόκριση μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση

$$P(s) = \frac{K}{1+sT} e^{-\tau s} \quad (6.21)$$

Το σημείο τομής με τον κατακόρυφο άξονα της μεθόδου Ziegler-Nichols είναι τώρα το $\alpha = K\tau/T$. Για το σχεδιασμό του PI ελεγκτή έχουν προταθεί οι ακόλουθοι κανόνες (σε παρένθεση βρίσκονται οι αντίστοιχες τιμές Ziegler-Nichols).

$$K_p = \frac{0.15\tau + 0.35T}{K\tau} \left(K_p = \frac{0.9T}{K\tau} \right), \quad K_I = \frac{0.46\tau + 0.02T}{K\tau^2} \left(K_I = \frac{0.3T}{K\tau^2} \right)$$

$$K_p = 0.22K_c - \frac{0.07}{K} \quad K_p = 0.4K_c, \quad K_I = \frac{0.16K_c}{T_c} + \frac{0.62}{KT_c} \left(K_I = \frac{0.5K_c}{T_c} \right)$$

6.3 Κλασικοί αντισταθμιστές

Ο ελεγκτής P.I.D. αποτελεί την απλούστερη μορφή ελεγκτή που χρησιμοποιεί ολοκληρωτική και διαφορική δράση. Στη συνέχεια θα μελετηθούν άλλα είδη ελεγκτών που περιγράφονται από απλά κυκλώματα και που έχουν την ιδιότητα να λειτουργούν σαν φίλτρα. Έτσι, το υπερπαρατό φίλτρο μπορεί να θεωρηθεί σαν **ελεγκτής προήγησης φάσης**, επειδή προσθέτει στο σύστημα θετική φάση. Ανάλογα, το χαμηλοπερατό φίλτρο αναφέρεται σαν **ελεγκτής καθυστέρησης φάσης**, εισάγοντας αρνητική φάση στο σύστημα. Ο συνδυασμός των δύο αποτελεί το δίκτυο **προήγησης – καθυστέρησης φάσης**. Ένα προφανές πλεονέκτημα των ελεγκτών αυτών είναι ότι υλοποιούνται εύκολα χρησιμοποιώντας απλά κυκλώματα που αποτελούνται μόνο από παθητικά στοιχεία. Ας σημειωθεί ότι η ονομασία τους **κλασικοί αντισταθμιστές** οφείλεται στο γεγονός ότι αναπτύχθηκαν για να ελέγχουν συστήματα μιας εισόδου μιας εξόδου.

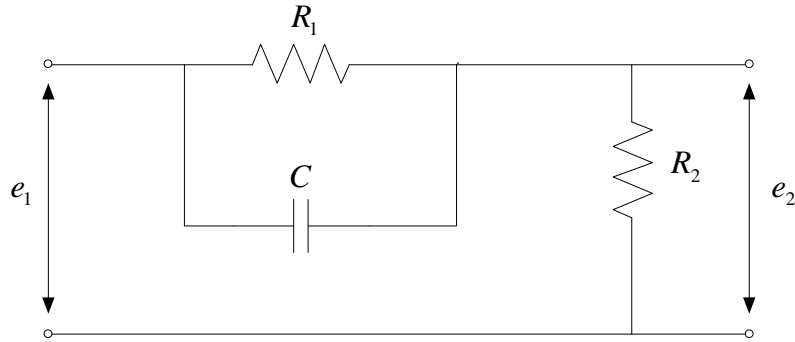
6.3.1 Σχεδιασμός ελεγκτή προήγησης φάσης

Θεωρούμε τον ελεγκτή με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_c(s) = \frac{s + z_1}{s + p_1} \quad (6.22)$$

Αν $p_1 > z_1$, τότε ο ελεγκτής είναι προήγησης φάσης. Αντίθετα, αν $p_1 < z_1$, τότε είναι καθυστέρησης φάσης.

Ένας ελεγκτής προήγησης φάσης υλοποιείται από το δίκτυο του Σχ. 6.20.



Σχήμα 6.20. Δίκτυο προήγησης φάσης

Η συνάρτηση μεταφοράς του δικτύου είναι

$$\frac{E_2(s)}{E_1(s)} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \frac{1 + R_1 C s}{1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C s} \quad (6.23)$$

Αν και το αντίστοιχο φίλτρο υλοποιείται και από ένα απλούστερο δίκτυο, ωστόσο η παραπάνω μορφή είναι η πλέον κατάλληλη εφόσον αυτό πρόκειται να χρησιμοποιηθεί σαν ελεγκτής.

Έστω

$$a = \frac{R_1 + R_2}{R_2}, \quad a > 1 \quad (6.24)$$

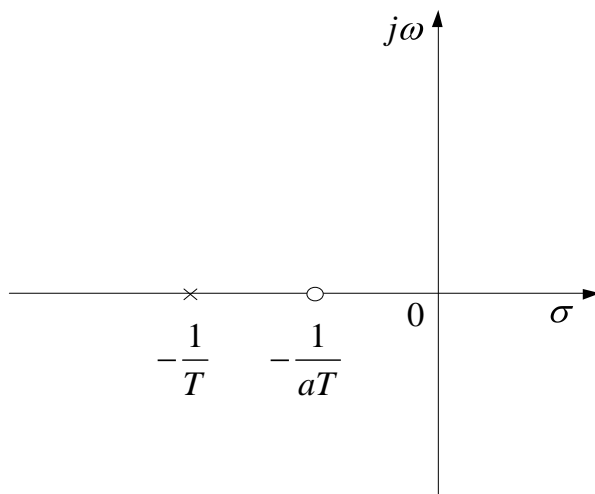
και

$$T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C \quad (6.25)$$

Τότε η (6.23) γίνεται

$$\frac{E_2(s)}{E_1(s)} = \left(\frac{1}{a} \right) \frac{1 + a T s}{1 + T s} = \frac{s + 1/aT}{s + 1/T} \quad (6.26)$$

Είναι φανερό ότι η συνάρτηση μεταφοράς του δικτύου προήγησης φάσης έχει ένα μηδενικό στο σημείο $s = -1/aT$ και ένα πόλο στο σημείο $s = -1/T$. Οι τιμές αυτές τοποθετούνται στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας όπως στο Σχ. 6.21.



Σχήμα 6.21. Πόλος και μηδενικό του ελεγκτή προήγησης φάσης

Ο σχεδιασμός του ελεγκτή προήγησης φάσης συνίσταται στον προσδιορισμό των παραμέτρων του.

Έστω και πάλι το σύστημα του Παραδείγματος 6.1. Η συνάρτηση μεταφοράς είναι

$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.2s)} \quad (6.27)$$

όπου $K=100$. Όπως ήδη αναφέρθηκε, το σύστημα χωρίς αντιστάθμιση είναι ασταθές και η οριακή τιμή για την ευστάθεια είναι $K=15$. Ο γεωμετρικός τόπος των ριζών του δόθηκε στο Σχ. 6.13. Εδώ, η ευστάθεια του συστήματος θα βελτιωθεί εισάγοντας έναν αντισταθμιστή προήγησης φάσης με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_c(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}, \quad a > 1 \quad (6.28)$$

Έτσι, η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου του συστήματος είναι

$$G(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{5000(1+aTs)}{s(s+5)(s+10)(1+Ts)} \quad (6.29)$$

και η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος είναι

$$H(s) = \frac{5000(1+aTs)}{s(s+5)(s+10)(1+Ts) + 5000(1+aTs)} \quad (6.30)$$

Αρχικά θέτουμε $a = 0$. Η χαρακτηριστική εξίσωση του κλειστού συστήματος γίνεται

$$s(s+5)(s+10)(1+Ts)+5000=0 \quad (6.31)$$

Το T μεταβάλλεται από το μηδέν έως το άπειρο. Προκειμένου να σχεδιαστεί ο γεωμετρικός τόπος των ριζών της (6.31), θα τη θέσουμε υπό τη μορφή $1+TG_1(s)=0$, όπου

$$G_1(s) = \frac{s^2(s+5)(s+10)}{s(s+5)(s+10)+5000} \quad (6.32)$$

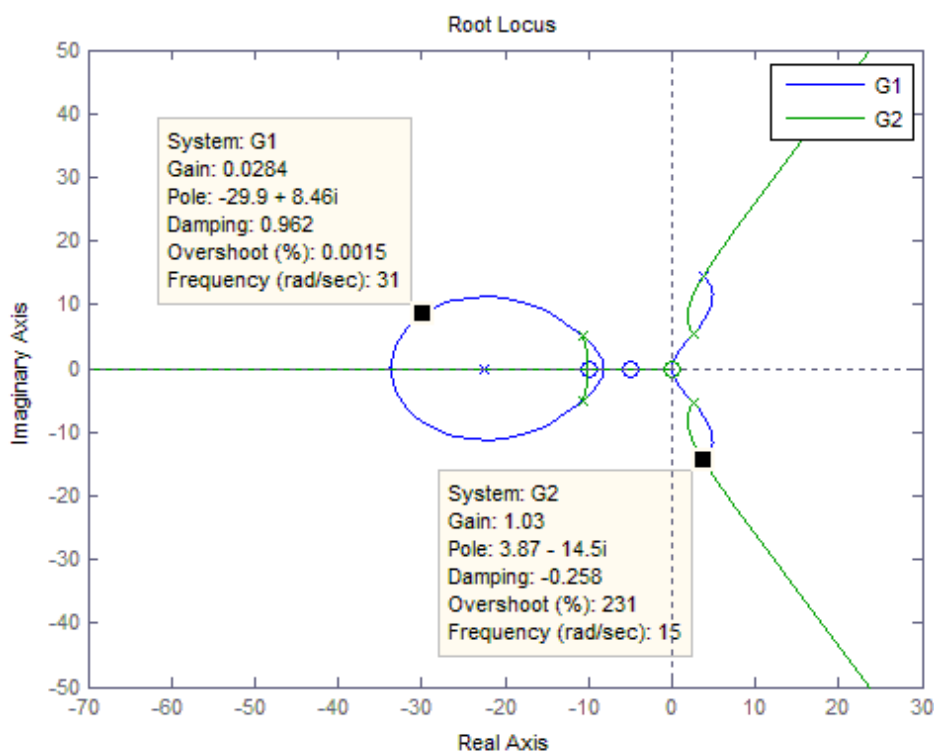
Στη συνέχεια αποκαθιστούμε την τιμή του a στην εξίσωση (6.30) και η χαρακτηριστική εξίσωση του κλειστού συστήματος γίνεται

$$s(s+5)(s+10)(1+Ts)+5000(1+aTs)=0 \quad (6.33)$$

Εφόσον a είναι τώρα η μεταβλητή παράμετρος, θέτουμε την (6.33) υπό τη μορφή $1+aG_2(s)=0$, όπου

$$G_2(s) = \frac{5000Ts}{s(s+5)(s+10)(1+Ts)+5000} \quad (6.34)$$

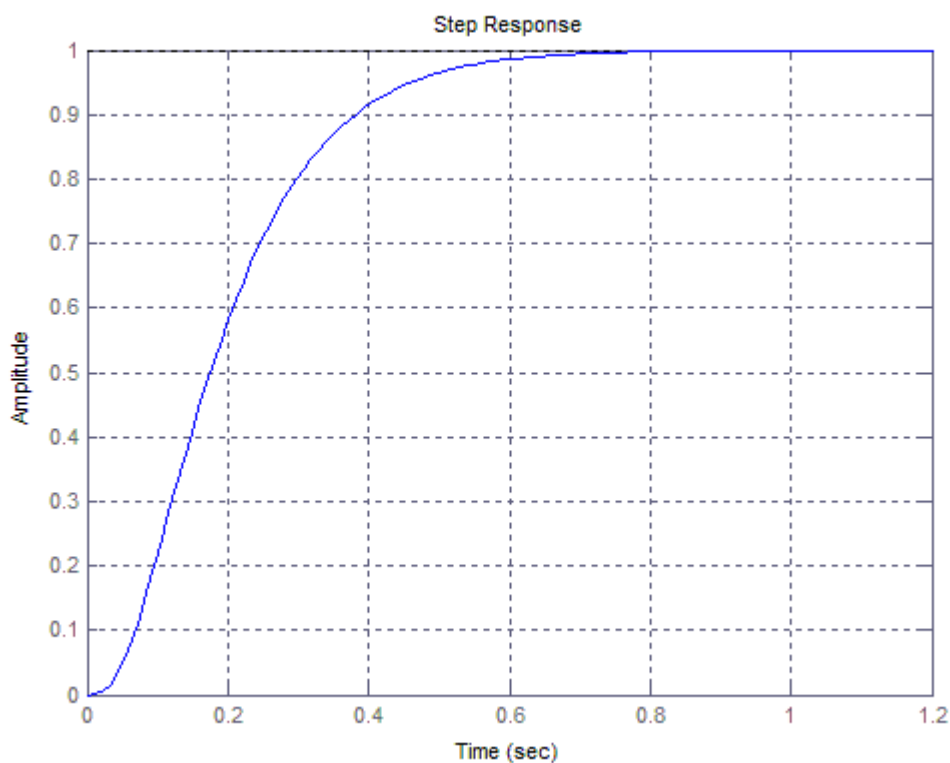
Το Σχ. 6.22 απεικονίζει τους γεωμετρικούς τόπους των ριζών των $G_1(s)$ και $G_2(s)$.



Σχήμα 6.22. Γεωμετρικοί τόποι των ριζών για $a = 0$ και $a \neq 0$

Τα μηδενικά της $G_1(s)$ είναι τα σημεία όπου $T = \infty$ και είναι τα σημεία $s = 0$ (διπλή ρίζα), $s = -5$ και $s = -10$. Από το σχήμα παρατηρούμε ότι οι τροχιές των ριζών αρχίζουν (για $a=0$) στους πόλους της $G_2(s)$ και καταλήγουν (για $a=\infty$) στα μηδενικά της $G_2(s)$, τα οποία είναι στα σημεία $s = 0$, καθώς και τρία στο άπειρο.

Εφόσον, για τον ελεγκτή προήγησης φάσης, είναι $a > 1$, μεγάλο τμήμα του γεωμετρικού τόπου των ριζών βρίσκεται στο δεξιό μιγαδικό ημι-επίπεδο. Αυτό συμβαίνει, επειδή η τιμή του K είναι πολύ μεγάλη, έτσι ώστε το αρχικό σύστημα είναι ασταθές. Γίνεται φανερό, λοιπόν, ότι ο σχεδιασμός του ελεγκτή προήγησης φάσης σ' ένα στάδιο είναι περιορισμένης δράσης, όπως και ο PD ελεγκτής. Για το λόγο αυτό, το αρχικό σύστημα πρέπει να αντισταθμιστεί σε δύο ή περισσότερα στάδια. Πράγματι, θέτοντας $a = 22.3$, $T = 0.00444$ και σχεδιάζοντας τον ελεγκτή προήγησης φάσης σε δύο στάδια, οι ιδιοτιμές του κλειστού συστήματος γίνονται: -10 , -11.6 και $-65.12 \pm j52.16$. Τόσο η απόσβεση, όσο και οι χρόνοι απόκρισης είναι βελτιωμένοι, όπως διαπιστώνεται και από το διάγραμμα της βηματικής απόκρισης (Σχ. 6.23).



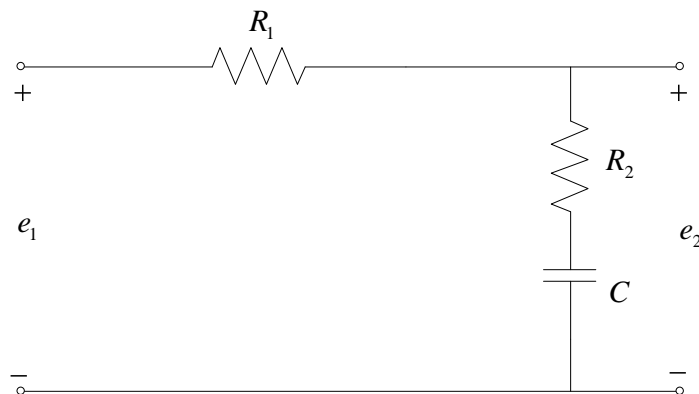
Σχήμα 6.23. Βηματική απόκριση αντισταθμισμένου συστήματος

6.3.2 Σχεδιασμός ελεγκτή καθυστέρησης φάσης

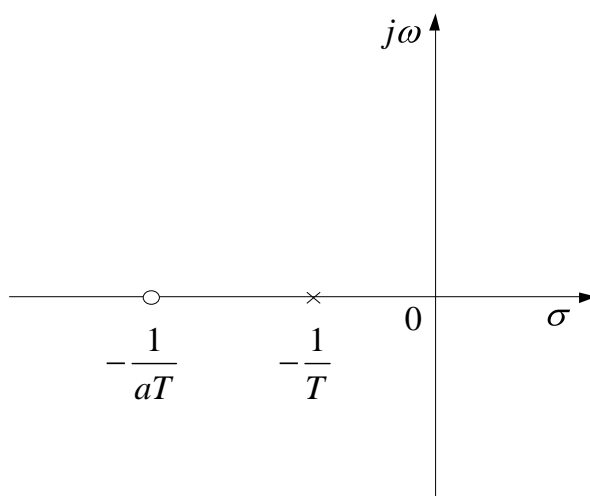
Ο ελεγκτής καθυστέρησης φάσης έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$G_c(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}, \quad a < 1 \quad (6.35)$$

Η διαφορά από τον ελεγκτή προήγησης φάσης είναι ότι τώρα $a < 1$. Τα παρακάτω σχήματα απεικονίζουν το δίκτυο υλοποίησης και τις θέσεις πόλου και μηδενικού του ελεγκτή, αντίστοιχα.



Σχήμα 6.24. Δίκτυο καθυστέρησης φάσης



Σχήμα 6.25. Πόλος και μηδενικό του ελεγκτή καθυστέρησης φάσης

Λαμβάνοντας υπ' όψη και τα χαρακτηριστικά του δικτύου, η συνάρτηση μεταφοράς γράφεται με τη μορφή

$$G_c(s) = \frac{E_2(s)}{E_1(s)} = \frac{1+R_2Cs}{1+(R_1+R_2)Cs} = \frac{1+aTs}{1+Ts} \quad (6.36)$$

όπου

$$aT = R_2C \quad (6.37)$$

και

$$a = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad a < 1 \quad (6.38)$$

Όπως είναι φανερό, η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή καθυστέρησης φάσης έχει ένα μηδενικό στο σημείο $s = -1/aT$ και έναν πόλο στο σημείο $s = -1/T$. Επειδή $a < 1$, ο πόλος θα βρίσκεται πάντοτε δεξιά του μηδενικού και η απόστασή τους θα καθορίζεται από την τιμή του a .

Ο προσδιορισμός των παραμέτρων του ελεγκτή καθυστέρησης φάσης είναι παρόμοιος με αυτόν του PI ελεγκτή που περιγράφηκε σε προηγούμενη παράγραφο. Αυτό που πρέπει να ισχύει γενικά είναι ότι ο πόλος και το μηδενικό του ελεγκτή θα πρέπει να βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους. Αν το σύστημα είναι τύπου 1, οι τιμές αυτές θα πρέπει να βρίσκονται κοντά στην αρχή των αξόνων. Τα βήματα που ακολουθούνται είναι τα εξής:

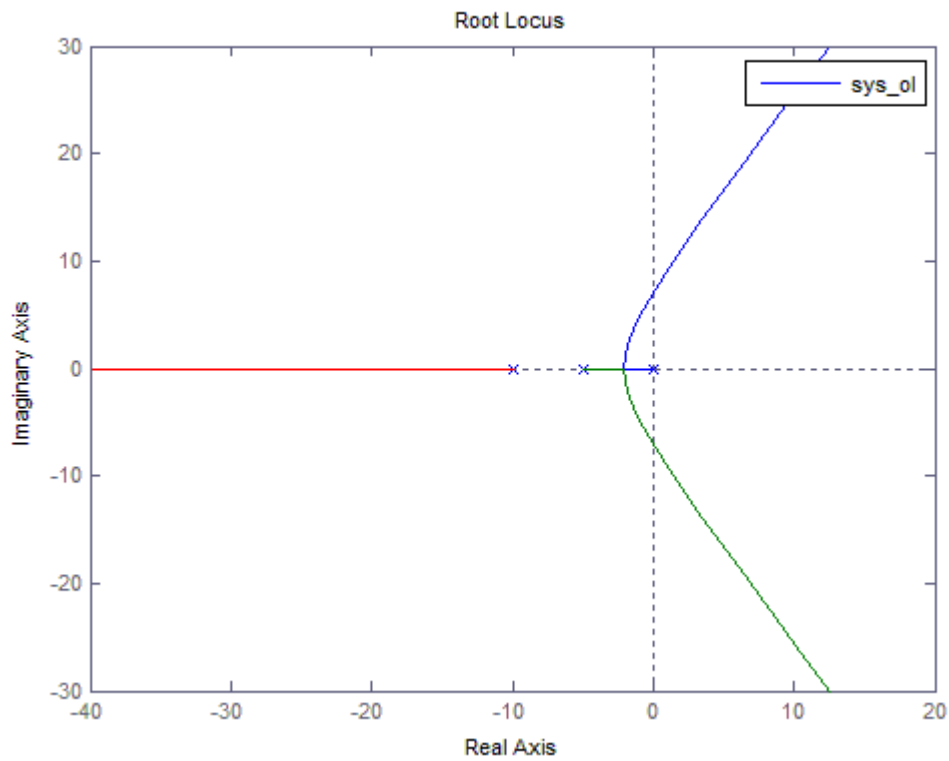
1. Σχεδιάζεται ο γεωμετρικός τόπος των ριζών του συστήματος χωρίς αντιστάθμιση.
2. Επάνω σ' αυτόν καθορίζεται η επιθυμητή θέση των πόλων, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η απαιτούμενη σχετική ευστάθεια ή / και η απόσβεση. Προσδιορίζεται η τιμή του K που αντιστοιχεί στους επιθυμητούς πόλους.
3. Λαμβάνεται ο λόγος του K , που απαιτείται προκειμένου να εξασφαλίζεται το επιτρεπτό σφάλμα μόνιμης κατάστασης, προς την τιμή του K , που προσδιορίστηκε στο προηγούμενο βήμα. Ο λόγος αυτός ισούται με την τιμή του a .
4. Η τιμή του T επιλέγεται έτσι ώστε η τιμή του $1/aT$ να είναι πολλές τάξεις μεγέθους μικρότερη από τον μικρότερο πόλο της συνάρτησης μεταφοράς του αντισταθμισμένου συστήματος.

Ας επανέλθουμε στο Παράδειγμα 6.1. Η συνάρτηση μεταφοράς του αρχικού συστήματος ήταν

$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.2s)} \quad (6.39)$$

Οι προδιαγραφές που πρέπει να εξασφαλίζει το αντισταθμισμένο σύστημα είναι οι εξής: Η σταθερά σφάλματος ταχύτητας πρέπει να είναι $K_v = 100 \text{ sec}^{-1}$ και ο συντελεστής απόσβεσης $\zeta = 0.707$.

Το Σχ. 6.26 απεικονίζει τον γεωμετρικό τόπο των ριζών του συστήματος χωρίς αντιστάθμιση (sys_ol).



Σχήμα 6.26. Γεωμετρικός τόπος των ριζών του αρχικού συστήματος

Για να ικανοποιείται η προδιαγραφή της σταθεράς σφάλματος ταχύτητας ($K_v = 100 \text{sec}^{-1}$), προκύπτει ότι θα πρέπει να είναι $K = 100$. Αυτό όμως αντιστοιχεί σε ασταθές σύστημα. Για $K = 1.635$ το αρχικό σύστημα έχει πόλους -11.12 και $-1.91 \pm j1.91$ που αντιστοιχούν σε $\zeta = 0.707$. Ακολουθώντας τα παραπάνω βήματα προκύπτει

$$a = \frac{1.635}{100} = 0.01635 \quad (6.40)$$

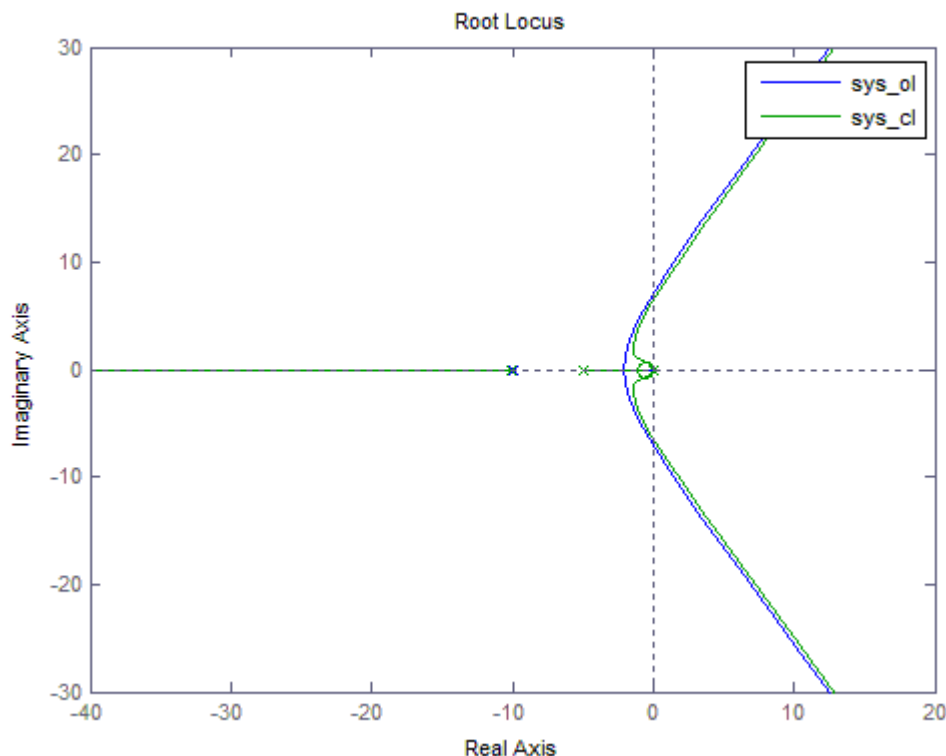
Έστω ότι επιλέγεται το T αυθαίρετα μεγάλο, στην τιμή $T = 100$. Τότε η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή θα είναι

$$G_c(s) = \frac{1 + 1.635s}{1 + 100s} \quad (6.41)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου του αντισταθμισμένου συστήματος θα είναι

$$G(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{0.815K(s + 0.6135)}{s(s + 5)(s + 10)(s + 0.01)} \quad (6.42)$$

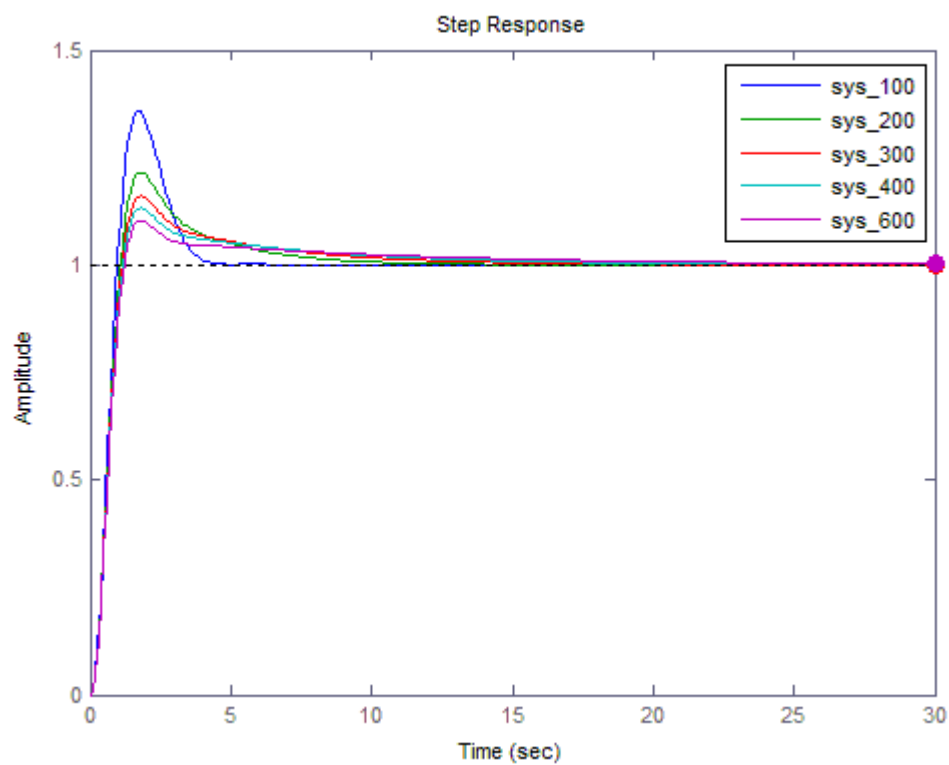
όπου $K=100$. Το Σχ. 6.27 απεικονίζει τους γεωμετρικούς τόπους των ριζών του συστήματος χωρίς αντιστάθμιση (sys_ol) και του συστήματος με αντιστάθμιση καθυστέρησης φάσης (sys_cl).



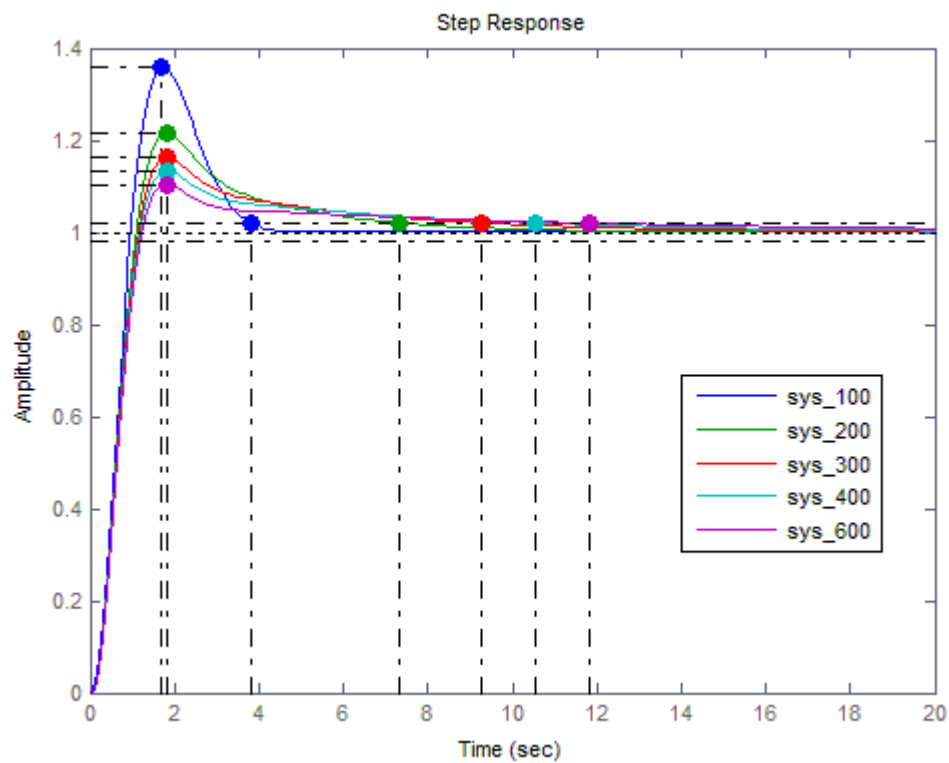
Σχήμα 6.27. Γεωμετρικοί τόποι των ριζών του αρχικού και του αντισταθμισμένου συστήματος

Για $K=100$ οι πόλοι του αντισταθμισμένου συστήματος είναι -11.13 , -1.18 και $-1.35 \pm j1.41$. Ο συντελεστής απόσβεσης είναι $\zeta = 0.7$. Η τιμή του ζ μπορεί να βελτιωθεί μειώνοντας το a ή αυξάνοντας το T . Ωστόσο, αν η τιμή του T είναι ήδη αρκετά μεγάλη, η μεταβολή της θα έχει μικρή επίδραση στη χρονική απόκριση. Αυτό καταδεικνύεται με τη βοήθεια των Σχ. 6.28 και 6.29. Ειδικότερα, στο Σχ. 6.28 απεικονίζονται οι βηματικές αποκρίσεις του αντισταθμισμένου συστήματος για $a=0.01635$ και για διάφορες τιμές του T ($T=100, T=200, T=300, T=400$ και $T=600$). Το σύστημα φτάνει στη μόνιμη κατάσταση σε λιγότερο από 30sec.

Τα χαρακτηριστικά της μεταβατικής απόκρισης φαίνονται στο Σχ. 6.29. Για $T=100$ η μέγιστη υπερύψωση είναι περίπου 36%. Για $T=400$ έχει μειωθεί σημαντικά και είναι λιγότερο από 10%, ενώ ο συντελεστής απόσβεσης πλησιάζει το 0.707. Φαίνεται επίσης ότι η αύξηση του T πέραν της τιμής 300 δεν επιδρά ουσιαστικά στην απόσβεση. Όμως αυξάνει τους χρόνους απόκρισης και έτσι το σύστημα γίνεται πιο αργό.



Σχήμα 6.28. Βηματικές αποκρίσεις αντισταθμισμένου συστήματος



Σχήμα 6.29. Μεταβατική κατάσταση των βηματικών αποκρίσεων

6.3.3 Σχεδιασμός ελεγκτή προήγησης-καθυστέρησης φάσης

Όπως έγινε φανερό στις προηγούμενες παραγράφους, ο μεν ελεγκτής προήγησης φάσης βελτιώνει τον χρόνο ανύψωσης και την απόσβεση, αλλά συγχρόνως αυξάνει τη φυσική συχνότητα του κλειστού συστήματος, ο δε ελεγκτής καθυστέρησης φάσης βελτιώνει την απόσβεση, αλλά συνήθως επιφέρει μεγαλύτερους χρόνους απόκρισης. Έτσι, κάθε ένα από τα παραπάνω σχήματα ελέγχου έχει πλεονεκτήματα, μειονεκτήματα και περιορισμούς, ενώ για πολλά συστήματα κανένα σχήμα ελέγχου από αυτά δεν είναι ικανοποιητικό. Για τους παραπάνω λόγους, πολλές φορές χρησιμοποιούνται συνδυασμένοι ελεγκτές προήγησης – καθυστέρησης φάσης, ώστε να αξιοποιούνται τα πλεονεκτήματα και των δύο σχημάτων.

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός ελεγκτή προήγησης – καθυστέρησης φάσης μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$G_c(s) = \frac{1+aT_1s}{1+T_1s} \frac{1+bT_2s}{1+T_2s} \quad (6.43)$$

όπου $a > 1$ και $b < 1$. Ο παράγων $1/a$ του ελεγκτή προήγησης φάσης δεν περιλαμβάνεται στην εξίσωση αυτή, θεωρώντας ότι εξουδετερώνεται από την κατάλληλη τιμή του κέρδους βρόχου.

Εφόσον η συνάρτηση μεταφοράς έχει τέσσερις άγνωστες παραμέτρους, ο σχεδιασμός θα γίνει σε δύο στάδια: Πρώτα θα σχεδιαστεί το τμήμα του ελεγκτή προήγησης φάσης και κατόπιν το τμήμα του ελεγκτή καθυστέρησης φάσης. Το τμήμα προήγησης φάσης σχεδιάζεται έτσι ώστε να επιτυγχάνεται μικρός χρόνος ανύψωσης. Στη συνέχεια, το τμήμα καθυστέρησης φάσης σχεδιάζεται έτσι ώστε να βελτιώνεται η απόσβεση.

Ας θεωρήσουμε και πάλι το προηγούμενο παράδειγμα. Για $K = 100$ η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος είναι

$$G_p(s) = \frac{5000}{s(s+5)(s+10)} \quad (6.44)$$

Παρατηρούμε ότι το ανοικτό σύστημα είναι ασταθές. Στη συνέχεια θα σχεδιάσουμε έναν ελεγκτή προήγησης – καθυστέρησης φάσης, προκειμένου να επιτύχουμε χρόνο ανύψωσης μικρότερο από αυτόν που προκύπτει με τον ελεγκτή καθυστέρησης φάσης.

Σχεδιάζουμε πρώτα το τμήμα προήγησης φάσης

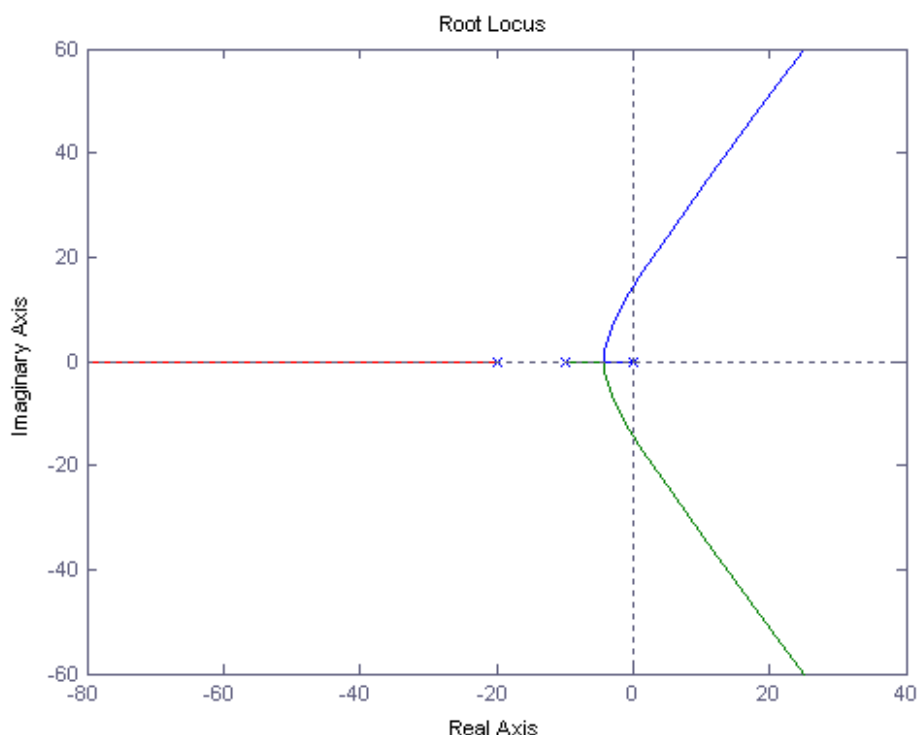
$$G_{c-lead}(s) = \frac{1+aT_1s}{1+T_1s} = \frac{1+0.2s}{1+0.05s} = \frac{4(s+5)}{s+20} \quad (6.45)$$

Εφόσον ο σκοπός του ελεγκτή προήγησης φάσης είναι η μείωση του χρόνου ανύψωσης, αυτό μπορεί να επιτευχθεί αυξάνοντας τη φυσική συχνότητα του συστήματος. Γι' αυτό τοποθετούμε το μηδενικό της $G_{c-lead}(s)$ στην τιμή -5 , ώστε να απαλειφθεί ο αντίστοιχος πόλος της $G_p(s)$. Επίσης, προσθέτουμε αυθαίρετα ένα πόλο

στο -20 λαμβάνοντας υπ' όψη την απόσταση που έχει από τον άλλο πόλο της $G_p(s)$ στο -10. Ας σημειωθεί ότι η μη ακριβής απαλοιφή πόλων και μηδενικών δεν επηρεάζει ιδιαίτερα την απόκριση του συστήματος, αρκεί ο πόλος που απαλείφεται να μην είναι ασταθής. Η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου γίνεται

$$G_{c-lead}(s)G_p(s) = \frac{20000}{s(s+10)(s+20)} \quad (6.46)$$

Ο γεωμετρικός τόπος των ριζών απεικονίζεται στο Σχ. 6.30, όπου ο αριθμητής της (6.46) έχει αντικατασταθεί από τη μεταβλητή παράμετρο K .



Σχήμα 6.30. Γεωμετρικός τόπος των ριζών του συστήματος με το τμήμα του ελεγκτή προήγησης φάσης

Σημειώνεται ότι για $K = 20000$, οι μιγαδικοί πόλοι του συστήματος είναι $4.186 \pm j22.44$. Σε σύγκριση με το σύστημα χωρίς αντιστάθμιση, η φυσική συχνότητα του αντισταθμισμένου συστήματος έχει αυξηθεί, όπως προκύπτει από τις τιμές των φανταστικών μερών των μιγαδικών πόλων. Η αύξηση της φυσικής συχνότητας συνεπάγεται μικρότερους χρόνους απόκρισης. Ωστόσο, και τα δύο συστήματα είναι ασταθή.

Ο σχεδιασμός του τμήματος καθυστέρησης φάσης βασίζεται στο γεγονός ότι ο συντελεστής απόσβεσης των μιγαδικών πόλων είναι περίπου 0.707 για $K_1 = 650$. Σύμφωνα με όσα ισχύουν για τον σχεδιασμό του ελεγκτή καθυστέρησης φάσης, προσδιορίζεται η τιμή του b ως εξής:

$$b = \frac{650}{20000} = 0.0325 \quad (6.47)$$

Η τιμή του T_2 πρέπει να επιλεγεί σχετικά μεγάλη. Έστω $T_2 = 300$. Τότε το τμήμα του ελεγκτή καθυστέρησης φάσης έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{c-lag}(s) = \frac{1+9.75s}{1+300s} \quad (6.48)$$

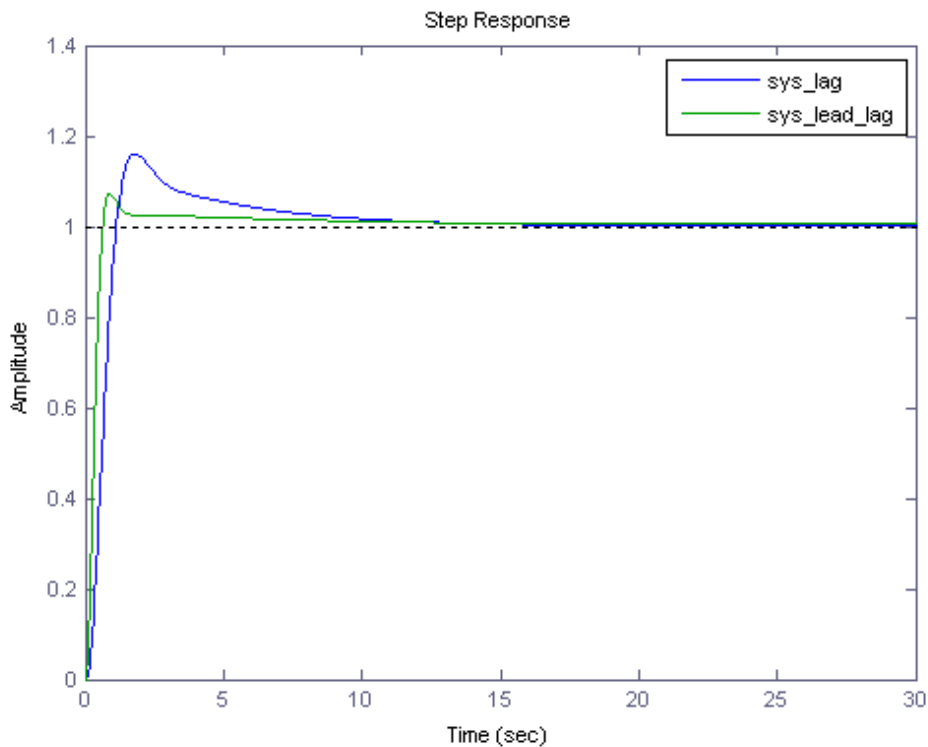
ενώ ο ελεγκτής προήγησης - καθυστέρησης φάσης έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$G_c(s) = G_{c-lead}(s)G_{c-lag}(s) = \frac{1+0.2s}{1+0.05s} \frac{1+9.75s}{1+300s} \quad (6.49)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου του συστήματος είναι

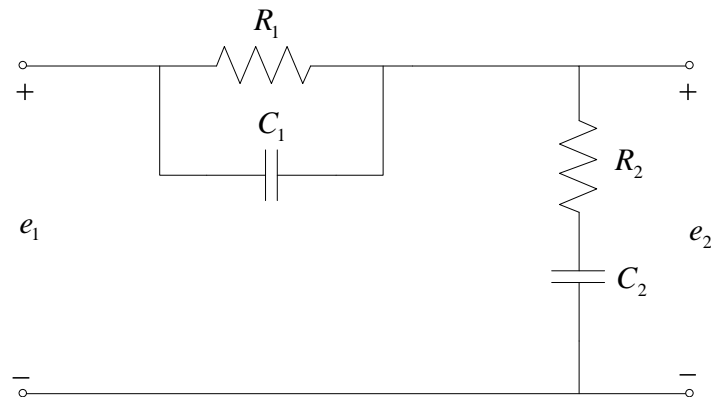
$$G_c(s)G_p(s) = \frac{650(s+0.1026)}{s(s+10)(s+20)(s+0.0033)} \quad (6.50)$$

Το Σχ. 6.31 απεικονίζει τις βηματικές αποκρίσεις του συστήματος με ελεγκτή καθυστέρησης φάσης (phase lag), για $a = 0.01635$, $T = 300$, καθώς και με τον ελεγκτή προήγησης - καθυστέρησης φάσης (phase lead-lag) που υπολογίσαμε. Είναι φανερό ότι το σύστημα με ελεγκτή προήγησης - καθυστέρησης φάσης έχει μικρότερη υπερύψωση και πιο γρήγορους χρόνους απόκρισης.



Σχήμα 6.31. Βηματικές αποκρίσεις του συστήματος με ελεγκτή καθυστέρησης φάσης (sys_lag) και με ελεγκτή προήγησης - καθυστέρησης φάσης (sys_lead_lag)

Προκειμένου να υλοποιηθεί ο αντισταθμιστής προήγησης – καθυστέρησης φάσης, δεν χρειάζεται να συνδεθούν οι επί μέρους αντισταθμιστές σε σειρά. Στην πραγματικότητα η υλοποίηση γίνεται όπως στο Σχ. 6.32.



Σχήμα 6.32. Δίκτυο προήγησης – καθυστέρησης φάσης

Η συνάρτηση μεταφοράς του δικτύου είναι

$$G_c(s) = \frac{E_2(s)}{E_1(s)} = \frac{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)}{1 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)s + R_1 R_2 C_1 C_2 s^2} \quad (6.51)$$

Συγκρίνοντας τη σχέση αυτή με την (6.43) προκύπτουν οι σχέσεις:

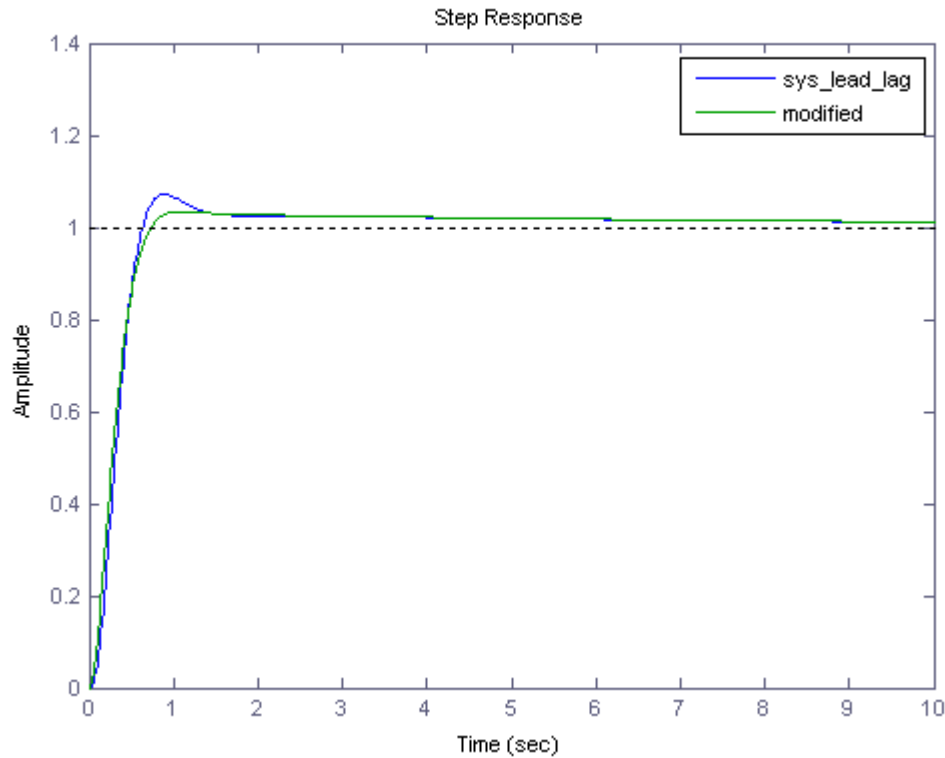
$$\begin{aligned} aT_1 &= R_1 C_1 \\ bT_2 &= R_2 C_2 \\ T_1 T_2 &= R_1 R_2 C_1 C_2 \\ abT_1 T_2 &= R_1 R_2 C_1 C_2 \\ ab &= 1 \end{aligned} \quad (6.52)$$

Από την $ab=1$ συνεπάγεται ότι τα a και b δεν μπορούν να προσδιοριστούν ανεξάρτητα.

Στο προηγούμενο παράδειγμα είναι $a=4$ και $b=0.0325$, δηλαδή $ab \neq 1$. Άρα, προκειμένου να σχεδιαστεί σωστά ένας αντισταθμιστής προήγησης – καθυστέρησης φάσης, πρέπει να τροποποιηθούν οι παράμετροι σχεδίασης. Διατηρούμε τις τιμές $b=0.0325$ και $T_2=300$ και θέτουμε $a=1/b=30.77$. Τώρα για να απαλειφθεί ο πόλος $s=-5$ του ανοικτού συστήματος, η τιμή aT_1 τοποθετείται στο 0.2. Άρα $T_1=0.0065$. Έτσι, η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου του αντισταθμισμένου συστήματος είναι

$$G(s) = \frac{5000(s + 0.1026)}{s(s + 10)(s + 153.8)(s + 0.0033)} \quad (6.53)$$

Ο αρνητικότερος πόλος του συστήματος είναι στο σημείο -153.8 και επομένως έχει πολύ μικρή επίδραση στην απόκριση του κλειστού συστήματος. Η τροποποιημένη αυτή σχεδίαση βελτιώνει περαιτέρω την απόκριση του συστήματος Σχ. 6.32.



Σχήμα 6.32. Βελτίωση της βηματικής απόκρισης με τροποποίηση του αντισταθμιστή προήγησης – καθυστέρησης φάσης (modified)

6.4 Κύρια σημεία

- Προδιαγραφές ελέγχου
- Δομή και παράμετροι ελεγκτή
- Δομές αντιστάθμισης
- Ανάδραση κατάστασης – ανάδραση εξόδου
- Διαφορική – ολοκληρωτική δράση
- Ελεγκτής PID
- Προσδιορισμός παραμέτρων

- Αντισταθμιστές προήγησης, καθυστέρησης και προήγησης – καθυστέρησης φάσης: προσδιορισμός παραμέτρων, ιδιότητες και υλοποίηση

6.5 Ασκήσεις Κεφαλαίου 6

Άσκηση 6.1

Δίνεται το ανοικτό σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς $G_p(s) = \frac{640000}{s(s+240)}$.

Να σχεδιαστεί ένας αντισταθμιστής τύπου PD με συνάρτηση μεταφοράς $G_c(s) = K_p + K_D s$, έτσι ώστε:

1. Η σταθερά σφάλματος ταχύτητας K_v να παραμένει αμετάβλητη. Είναι ικανοποιητική η τιμή αυτή;
2. Ο συντελεστής απόσβεσης να είναι $\zeta = 1$. Τι σημαίνει αυτό για τη μέγιστη υπερύψωση;
3. Να εξεταστεί η καταλληλότητα των τιμών που θα προκύψουν, ως προς την ευστάθεια του κλειστού συστήματος.

Λύση

Από την $G_p(s) = \frac{640000}{s(s+240)}$ προκύπτει:

$$\omega_n^2 = 640000 \Rightarrow \omega_n = 800 \text{ rad/sec}$$

$$2(\zeta)(800) = 240 \Rightarrow \zeta = 0.15$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G_p(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s(K_p + K_D s) \frac{640000}{s(s+240)} = \frac{640000 K_p}{240} = 2666.666 K_p$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{0.000375}{K_p}$$

Άρα για $K_p = 1$ η τιμή του σφάλματος είναι ικανοποιητική.

$$G_c(s) G_p(s) = (K_p + K_D s) \frac{640000}{s(s+240)}$$

$$H(s) = \frac{(K_p + K_D s) \frac{640000}{s(s+240)}}{1 + (K_p + K_D s) \frac{640000}{s(s+240)}} = \frac{(K_p + K_D s) 640000}{s(s+240) + (K_p + K_D s) 640000}$$

$$p(s) = s^2 + 240s + 640000K_p + 640000K_D s$$

Για $K_p = 1$ είναι

$$p(s) = s^2 + (240 + 640000K_D)s + 640000$$

Για τον συντελεστή απόσβεσης έχουμε:

$$240 + 640000K_D = 2(0.15)(800) + 2(0.85)(800) \Rightarrow$$

$$640000K_D = 2(0.85)(800) \Rightarrow K_D = 0.002125$$

Έλεγχος ευστάθειας:

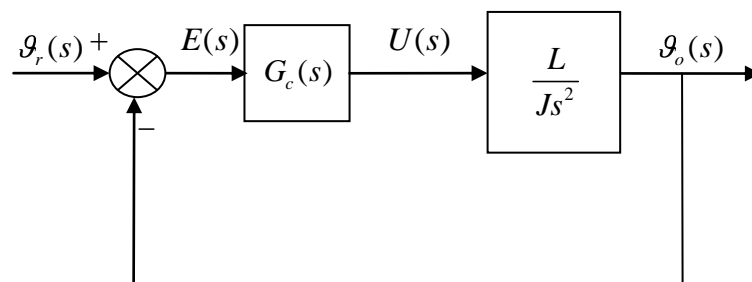
$$\begin{array}{l|ll} s^2 & 1 & 640000K_p \\ s^1 & 240 + 640000K_D & 0 \\ s^0 & 640000K_p & 0 \end{array}$$

$$\text{Πρέπει: } K_p > 0 \text{ και } K_D > \frac{-240}{640000}$$

Οι παραπάνω συνθήκες ικανοποιούνται για τις τιμές των σταθερών που προέκυψαν.

Άσκηση 6.2

Δίνεται το σύστημα του παρακάτω σχήματος



Το σήμα ελέγχου είναι το $U(s)$. Η συνάρτηση μεταφοράς του ανοικτού συστήματος είναι $\frac{\mathcal{G}_o(s)}{U(s)} = \frac{L}{Js^2}$.

Ο ελεγκτής θέσης είναι $G_c(s)$ και η έξοδος είναι $\mathcal{G}_o(s)$. Ζητούνται:

1. Για $G_c(s)=1$ να βρεθεί η απόκριση του συστήματος, όταν η είσοδος αναφοράς $\mathcal{G}_r(s)$ είναι η μοναδιαία βηματική συνάρτηση και οι αρχικές συνθήκες είναι μηδενικές. Να μελετηθεί η επίδραση των σταθερών L και J στην απόκριση.
2. Για $G_c(s)=(1+T_d s)$, $L=10$ και $J=1000$, να βρεθεί η τιμή της χρονικής σταθεράς T_d , ώστε το σύστημα να έχει κρίσιμη απόσβεση ($\zeta=1$).

Λύση

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος είναι

$$H(s) = \frac{\frac{L}{Js^2}}{1 + \frac{L}{Js^2}} = \frac{L}{Js^2 + L} = \frac{\frac{L}{J}}{s^2 + \frac{L}{J}}$$

Δηλαδή, της μορφής $H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ με $\omega_n^2 = L/J$ και $\zeta = 0$.

Η βηματική απόκριση του συστήματος είναι

$$\mathcal{G}_o(t) = 1 + \frac{1}{1} \sin \left[\omega_n t - \tan^{-1} \frac{1}{0} \right] = 1 + \sin [\omega_n t - 90^\circ]$$

Η μορφή της βηματικής απόκρισης είναι συντηρούμενη ταλάντωση.

Για $G_c(s) = (1+T_d s)$, $L=10$ και $J=1000$, η συνάρτηση μεταφοράς γίνεται

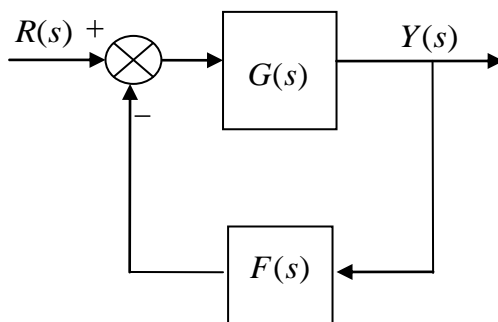
$$H(s) = \frac{1+T_d s}{1 + \frac{1+T_d s}{100s^2}} = \frac{1+T_d s}{100s^2 + T_d s + 1}$$

$$\omega_n^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow \omega_n = \frac{1}{10} \text{ rad / sec}$$

$$2\zeta\omega_n = 2(1)\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{T_d}{100} \Rightarrow T_d = 20$$

Άσκηση 6.3

Δίνεται το σύστημα του σχήματος



όπου $G(s) = \frac{K}{s^2(s+1)}$, $K > 0$ και $F(s) = 1$.

1. Ναδειχθεί ότι το σύστημα είναι ασταθές $\forall K > 0$.
2. Να σχεδιαστεί ένας δυναμικός αντισταθμιστής της μορφής $F(s) = s + a$ στο βρόχο ανάδρασης, τέτοιος ώστε το νέο κλειστό σύστημα να είναι ευσταθές με κατάλληλη επιλογή της παραμέτρου a .
3. Να σχεδιαστεί ο γεωμετρικός τόπος των ριζών του αντισταθμισμένου συστήματος.

Λύση

Χαρακτηριστική εξίσωση:

$$1 + G(s)F(s) = 1 + \frac{K}{s^2(s+1)} = \frac{s^2(s+1) + K}{s^2(s+1)} = 0$$

Χαρακτηριστικό πολυώνυμο:

$$p(s) = s^3 + s^2 + K, \text{ ελλειπές, άρα αστάθεια}$$

Έστω $F(s) = s + a$. Τότε

$$1 + G(s)F(s) = 1 + \frac{K(s+a)}{s^2(s+1)} = \frac{s^2(s+1) + K(s+a)}{s^2(s+1)} = 0$$

$$p'(s) = s^3 + s^2 + Ks + Ka$$

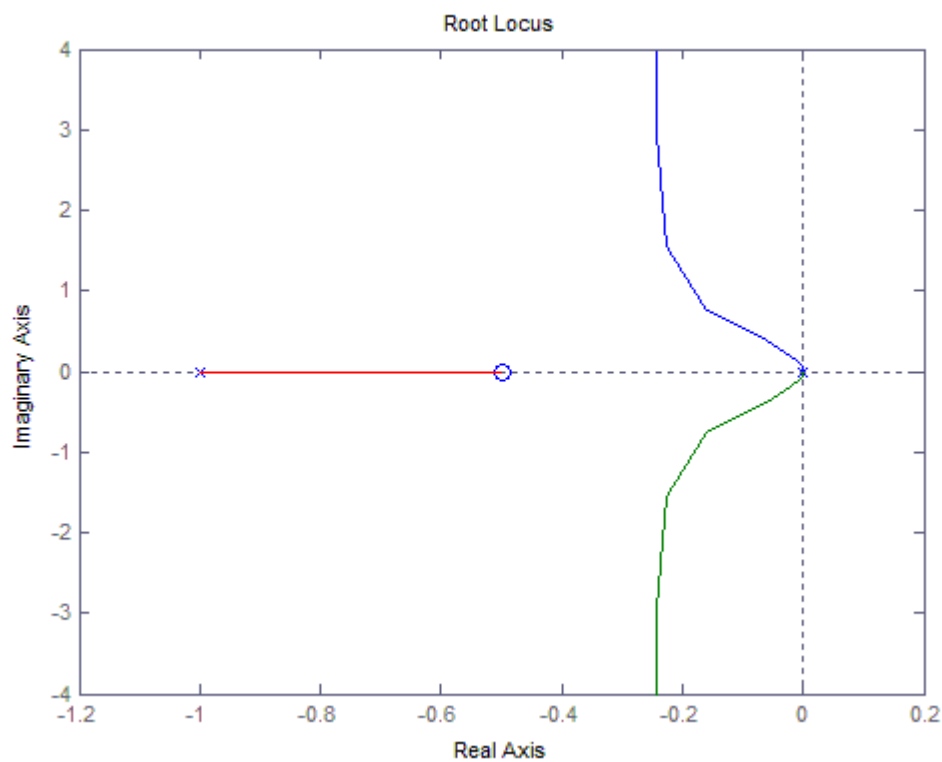
Κριτήριο Routh:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & K \\ s^2 & 1 & Ka \\ s^1 & \frac{Ka-K}{-1} & 0 \\ s^0 & Ka & 0 \end{array}$$

Συνθήκη ευστάθειας: (Ισχύει $K>0$)

$$0 < a < 1$$

Γεωμετρικός τόπος των ριζών για $a = 0.5$



Άλυτες ασκήσεις

Άσκηση Α6.1

Δίνεται το ανοικτό σύστημα,

$$P(s) = \frac{900}{s(s+6)}.$$

Ζητείται να σχεδιαστεί ένας PD ελεγκτής με σταθερά του αναλογικού όρου $K_p = 100$.

- (α) Να βρεθεί το σφάλμα ταχύτητας για την τιμή αυτή και να αξιολογηθεί.
- (β) Να προσδιοριστεί η τιμή της σταθεράς του διαφορικού όρου K_D , έτσι ώστε ο συντελεστής απόσβεσης του αντισταθμισμένου συστήματος να είναι ίσος με τη μονάδα.
- (γ) Να μελετηθεί η ευστάθεια του αντισταθμισμένου συστήματος.

Άσκηση Α6.2

Δίνεται το ανοικτό σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς $G_p(s) = \frac{722500}{s(s+255)}$.

Να σχεδιαστεί ένας αντισταθμιστής τύπου PD με συνάρτηση μεταφοράς $G_c(s) = K_p + K_D s$, έτσι ώστε:

1. Το σφάλμα ταχύτητας να παραμείνει αμετάβλητο.
2. Η μέγιστη υπερύψωση να εξαλειφθεί.
3. Να βρεθούν οι περιορισμοί που πρέπει να πληρούν οι σταθερές K_p και K_D , προκειμένου να εξασφαλίζεται η ευστάθεια του κλειστού συστήματος.